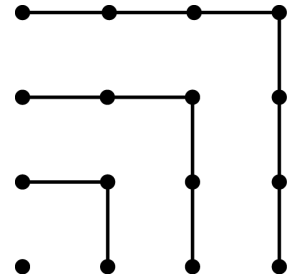


**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
**MATHEMATICS**

**LEVEL: 11 – 12**  
**(Β' - Γ' Λυκείου)**

10:00 – 11:00 , 20 March 2010

### 3 βαθμοί



1. Από την εικόνα μπορούμε να δούμε ότι:  
 $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4$ .  
 Ποια είναι η τιμή του:  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$ ;
- A)  $14 \times 14$     B)  $9 \times 9$     C)  $4 \times 4 \times 4$     D)  $16 \times 16$     E)  $7 \times 9$

2. Αν και οι δύο γραμμές έχουν το ίδιο άθροισμα, ποια είναι η τιμή του \*;

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

- A) 1010    B) 1020    C) 1910    D) 1990    E) 2000

3. Δύο άδεια κυβικά δοχεία έχουν εμβαδό βάσεων  $1 \text{ dm}^2$  και  $4 \text{ dm}^2$  αντίστοιχα. Θέλουμε να γεμίσουμε το μεγάλο δοχείο με νερό πηγής που θα το μεταφέρουμε χρησιμοποιώντας το μικρό δοχείο. Πόσες φορές πρέπει να πάμε στην πηγή;

- A) 2 φορές    B) 4 φορές    C) 6 φορές    D) 8 φορές    E) 16 φορές

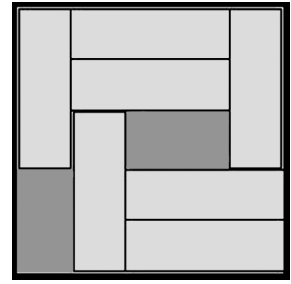
4. Πόσοι τετραψήφιοι αριθμοί υπάρχουν με μόνο περιττά ψηφία και να διαιρούνται με το πέντε;

- A) 900    B) 625    C) 250    D) 125    E) 100

5. Ο διευθυντής μιας εταιρείας είπε: «Κάθε υπάλληλος μας είναι τουλάχιστον 25 χρονών.» . Αργότερα, αποφάνθηκε ότι έκανε λάθος. Αυτό σημαίνει ότι:

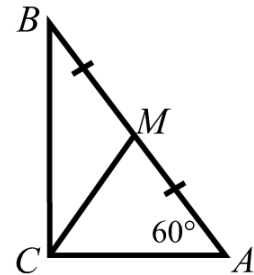
- A) όλοι οι υπάλληλοι της εταιρείας είναι ακριβώς 25 χρονών  
 B) όλοι οι υπάλληλοι της εταιρείας είναι μεγαλύτεροι από 26 χρονών  
 C) κανένας από τους υπαλλήλους της εταιρείας δεν είναι ακόμη 25 χρονών  
 D) μερικοί υπάλληλοι της εταιρείας είναι μικρότεροι από 25 χρονών  
 E) μερικοί υπάλληλοι της εταιρείας είναι ακριβώς 26 χρονών

6. Υπάρχουν 7 ορθογώνια σ' ένα κουτί. Έχουν διαστάσεις  $3\text{ cm} \times 1\text{ cm}$  και το κουτί  $5\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ . Είναι δυνατόν όταν τα ορθογώνια γλιστρούν στο κουτί να σχηματιστεί χώρος για ένα ακόμη ορθογώνιο. Πόσα τουλάχιστον ορθογώνια πρέπει να κινηθούν για να επιτευχθεί αυτό;



- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) είναι αδύνατο

7. Το τρίγωνο  $ABC$  είναι ορθογώνιο, το  $M$  είναι το μέσο της υποτεινούςας  $AB$  και η γωνία  $A = 60^\circ$ . Η γωνία  $\angle BMC =$  ;



- A)  $105^\circ$       B)  $108^\circ$       C)  $110^\circ$       D)  $120^\circ$       E)  $125^\circ$

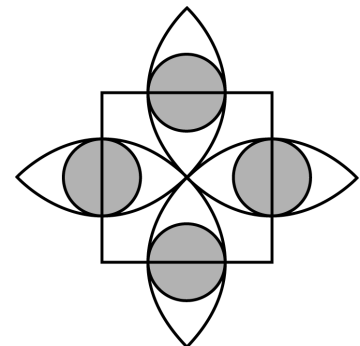
8. Επέλεξε τον αριθμό που μπορεί να είναι ίσος με τον αριθμό των ακμών κάποιου πρίσματος.

- A) 100      B) 200      C) 2008      D) 2009      E) 2010

9. Σε πόσους διψήφιους αριθμούς  $xy$  τα ψηφία  $x$  και  $y$  ικανοποιούν την σχέση:  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 0$ ;

- A) 1      B) 2      C) 6      D) 32      E) κανένα

10. Στην εικόνα, το μήκος της πλευράς του τετραγώνου είναι 2, τα ημικύκλια περνούν από το κέντρο του τετραγώνου και τα κέντρα τους είναι κορυφές του τετραγώνου. Οι σκιασμένοι κύκλοι έχουν τα κέντρα τους στις πλευρές του τετραγώνου και εφάπτονται των ημικυκλίων. Το εμβαδό της σκιασμένης επιφάνειας έχει εμβαδό:



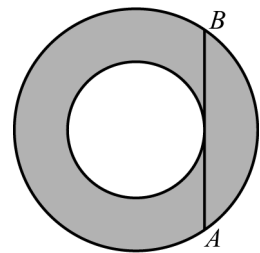
- A)  $4(3 - 2\sqrt{2})\pi$       B)  $\sqrt{2}\pi$       C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$       D)  $\pi$       E)  $\frac{1}{4}\pi$

**4 βαθμοί**

11. Οι τρεις αριθμοί  $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt[3]{7}$ ,  $\sqrt[6]{7}$  είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Ο επόμενος όρος της προόδου είναι:

- A)  $\sqrt[9]{7}$       B)  $\sqrt[12]{7}$       C)  $\sqrt[5]{7}$       D)  $\sqrt[10]{7}$       E) 1

12. Η χορδή  $AB$  είναι εφαπτομένη στον μικρότερο κύκλο των δύο ομόκεντρων κύκλων. Αν  $AB = 16$ , ποιο είναι το εμβαδό της σκιασμένης επιφάνειας;

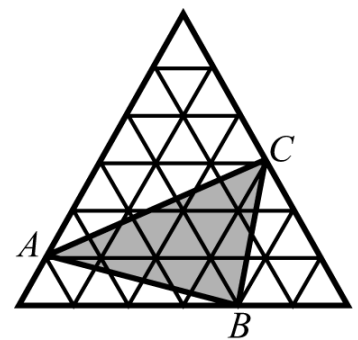


- A)  $32\pi$       B)  $63\pi$       C)  $64\pi$       D)  $32\pi^2$       E) εξαρτάται από την ακτίνα των κύκλων

13. Οι ακέραιοι αριθμοί  $x$  και  $y$  ικανοποιούν τη σχέση  $2x = 5y$ . Μόνο ένας από τους ακόλουθους αριθμούς μπορεί να είναι  $x + y$ . Ποιος είναι αυτός;

- A) 2011      B) 2010      C) 2009      D) 2008      E) 2007

14. Ένα μεγάλο ισόπλευρο τρίγωνο αποτελείται από 36 μικρά ισόπλευρα τρίγωνα, καθένα από τα οποία έχει εμβαδό  $1 \text{ cm}^2$ . Βρείτε το εμβαδό του τριγώνου  $ABC$ .

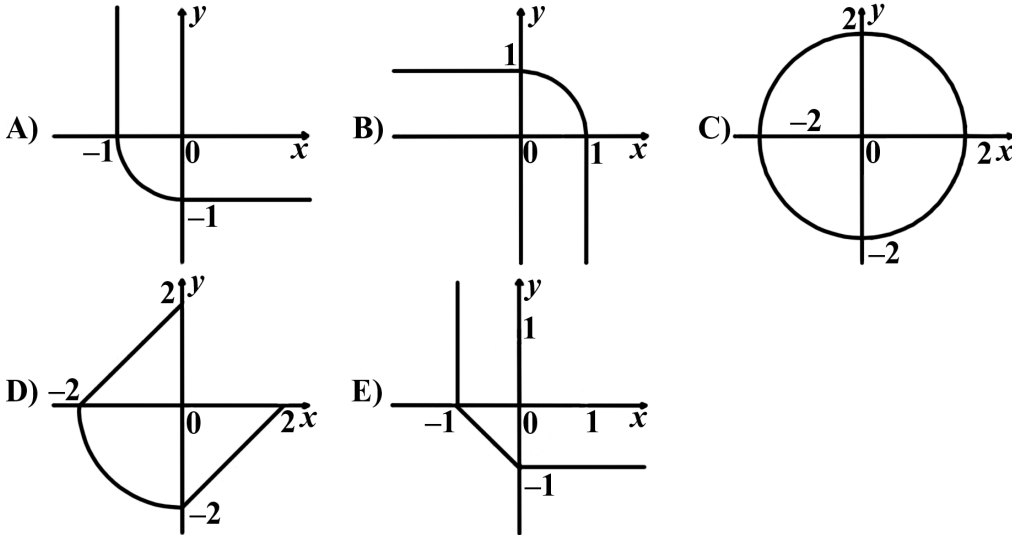


- A)  $11 \text{ cm}^2$       B)  $12 \text{ cm}^2$       C)  $13 \text{ cm}^2$       D)  $14 \text{ cm}^2$       E)  $15 \text{ cm}^2$

**15.** Υπάρχουν μπάλες τριών χρωμάτων σ' ένα καλάθι: μπλε, πράσινες και κόκκινες (υπάρχει τουλάχιστον μια από κάθε χρώμα). Γνωρίζουμε ότι στην περίπτωση που επιλέξουμε τυχαία πέντε μπάλες με κλειστά τα μάτια, θα υπάρχουν οπωσδήποτε τουλάχιστον 2 κόκκινες και τουλάχιστον 3 να είναι του ίδιου χρώματος. Πόσες μπλε μπάλες υπάρχουν στο καλάθι;

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4  
 E) είναι αδύνατο να βρούμε την απάντηση χωρίς άλλα στοιχεία

**16.** Ποιο από τα ακόλουθα διαγράμματα αντιστοιχεί με το σύνολο των λύσεων της εξίσωσης:  
 $(x - |x|)^2 + (y - |y|)^2 = 4$ ;



**17.** Πόσα ορθογώνια τρίγωνα μπορούν να σχηματιστούν ενώνοντας τρεις κορυφές ενός κανονικού 14γώνου που δίνεται;

- A) 42                      B) 84                      C) 88                      D) 98                      E) 168

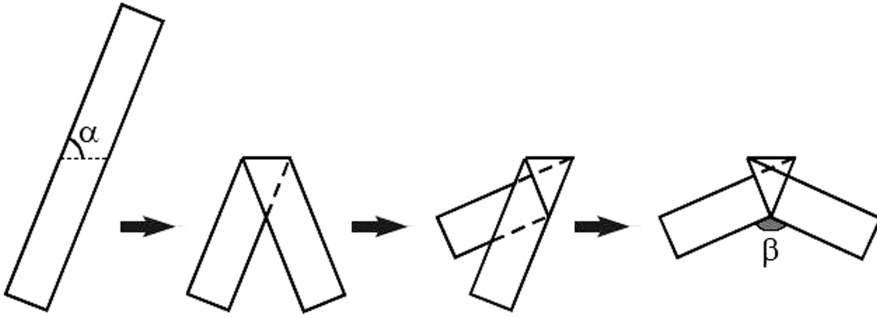
**18.** Έχουμε τους επτά αριθμούς:  $-9 ; 0 ; -5 ; 5 ; -4 ; -1 ; -3$ . Κατανέμουμε έξι από αυτούς σε ομάδες των δύο ώστε το άθροισμα τους σε κάθε ομάδα να είναι το ίδιο. Ποιος αριθμός περισσεύει;

- A) 2                      B) 3                      C) 5                      D) 7                      E) άλλος αριθμός

**19.** Το μήκος των πλευρών ενός τριγώνου σε εκατοστόμετρα είναι οι αριθμοί 13,  $x$  και  $y$ . Να βρείτε την περίμετρο του τριγώνου αν  $xy = 105$ .

- A) 35                      B) 39                      C) 51                      D) 69                      E) 119

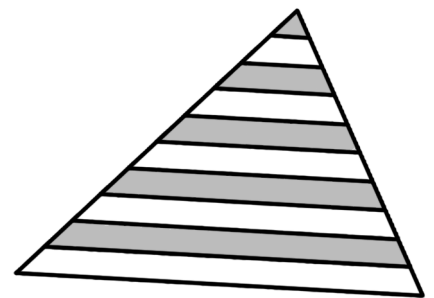
20. Μια στενόμακρη λωρίδα χαρτιού διπλώνεται τρεις φορές όπως φαίνεται πιο κάτω. Να βρείτε την γωνία  $\beta$  αν  $\alpha = 70^\circ$ .



- A)  $140^\circ$       B)  $130^\circ$       C)  $120^\circ$       D)  $110^\circ$       E)  $100^\circ$

**5 βαθμοί**

21. Παράλληλες ευθείες προς τη βάση διαιρούν τις άλλες δύο πλευρές του τριγώνου σε 10 ίσα ευθύγραμμα τμήματα. Τι ποσοστό του εμβαδού του τριγώνου είναι η σκιασμένη επιφάνεια;



- A) 42,5%      B) 45%      C) 46%      D) 47,5%      E) 50%

22. 100 άτομα έλαβαν μέρος σε αγώνα δρόμου, από τα οποία κανένα άτομο δεν τερμάτισε τον ίδιο χρόνο. Όταν ρωτήθηκαν σε ποια θέση τερμάτισαν τότε ο καθένας απάντησε με ένα αριθμό από το 1 μέχρι το 100. Το άθροισμα όλων των απαντήσεων ανήλθε στο 4000. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός λανθασμένων απαντήσεων που έδωσαν οι δρομείς;

- A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13

23. Ρίχνουμε ένα ζάρι τρεις φορές. Αν ο αριθμός που παίρνουμε στο τρίτο ρίξιμο είναι ίσος με το άθροισμα των αριθμών των δύο πρώτων, ποια είναι η πιθανότητα να εμφανιστεί το 2 τουλάχιστον μια φορά;

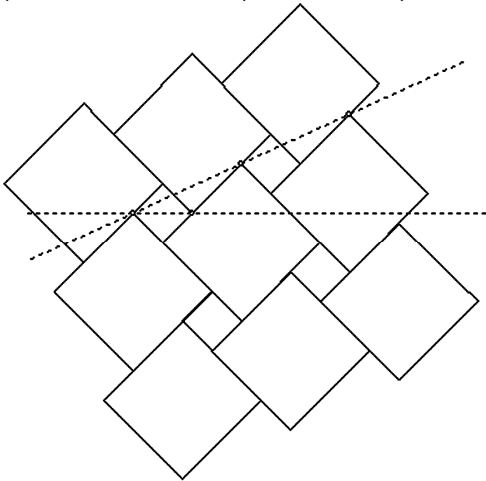
- A)  $1/6$       B)  $91/216$       C)  $1/2$       D)  $8/15$       E)  $7/12$

24. Ένας κωδικός τιμολόγησης προϊόντος όπως φαίνεται στο σχήμα, αποτελείται από μαύρες και άσπρες κάθετες λωρίδες εναλλάξ, αρχίζοντας και τελειώνοντας με μαύρες λωρίδες. Κάθε λωρίδα έχει πλάτος 1 ή 2 και το ολικό πλάτος του κωδικού είναι 12. Πόσους διαφορετικούς κωδικούς είναι δυνατό να έχουμε αρχίζοντας από τα αριστερά προς τα δεξιά;



- A) 24      B) 132      C) 66      D) 12      E) 116

25. Ένας τοίχος καλύπτεται από δύο ειδών τετραγωνικά κεραμικά. Το μεγαλύτερο κεραμικό έχει πλευρά με μήκος  $a$  και το μικρότερο πλευρά με μήκος  $b$ . Οι διακεκομμένες γραμμές στο σχήμα σχηματίζουν γωνία  $30^\circ$ . Υπολογίστε τον λόγο  $a:b$ .



- A)  $(2 \cdot \sqrt{3}) : 1$     B)  $(2 + \sqrt{3}) : 1$     C)  $(3 + \sqrt{2}) : 1$     D)  $(3 \cdot \sqrt{2}) : 1$     E)  $2 : 1$

26. Γράφουμε τους φυσικούς αριθμούς από το 1 μέχρι το 10 στον πίνακα 10 φορές. Οι μαθητές της τάξης παίζουν το εξής παιχνίδι: Ένας μαθητής σβήνει 2 αριθμούς και στην θέση τους γράφει το άθροισμα τους μειωμένο κατά 1. Μετά άλλος μαθητής σβήνει 2 αριθμούς και στην θέση τους γράφει το άθροισμα τους μειωμένο κατά 1 κ.ο.κ. Το παιχνίδι συνεχίζεται μέχρι να μείνει ένας αριθμός στον πίνακα. Ο αριθμός που μένει είναι:

- A) μικρότερος από 440    B) 451    C) 460    D) 488    E) μεγαλύτερος από 500

27. Η τιμή της παράστασης  $\frac{(2+3)(2^2+3^2)\dots(2^{1024}+3^{1024})(2^{2048}+3^{2048})+2^{4096}}{3^{2048}}$  ισούται:

- A)  $2^{2048}$     B)  $2^{4096}$     C)  $3^{2048}$     D)  $3^{4096}$     E)  $3^{2048} + 2^{2048}$

28. Η τετραγωνική ρίζα  $\sqrt{0,\underbrace{44\dots4}_{100 \text{ times}}}$  γράφεται ως ένα δεκαδικό με άπειρα ψηφία. Ποιό είναι το 100ο ψηφίο μετά την υποδιαστολή ;

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 6

29.  $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, \forall x > 0 : 2f(x) + 3f\left(\frac{2010}{x}\right) = 5x$

$f(6) = \dots$

- A) 993    B) 1    C) 2009    D) 1013    E) 923

**30.** Τα σημεία  $P$  και  $Q$  λαμβάνονται στις κάθετες πλευρές ορθογώνιου τριγώνου. Το μήκος των πλευρών αυτών είναι  $a$  και  $b$  αντίστοιχα. Έστω  $K$  και  $H$  είναι τα ίχνη των ποδών των καθέτων από τα  $P$  και  $Q$  αντίστοιχα στην υποτείνουσα. Να βρείτε την μικρότερη δυνατή τιμή του αθροίσματος  $KP+PQ+QH$ .

A)  $a + b$       B)  $\frac{2ab}{a+b}$       C)  $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$       D)  $\frac{(a+b)^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$       E)  $\frac{(a+b)^2}{2ab}$