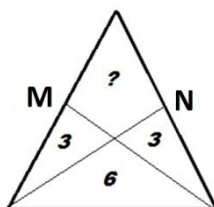


Kangourou Maths 2012 – Junior Level 9-10

Προβλήματα 3 μονάδων/3 point problems

1. M και N είναι τα μέσα των ίσων πλευρών ενός ισοσκελούς τριγώνου.

M and N are the midpoints of the equal sides of an isosceles triangle.



Το εμβαδό του άγνωστου τετραπλεύρου(?) είναι:

The area of the missing (?) quadrilateral piece is:

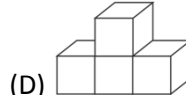
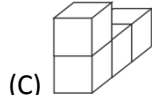
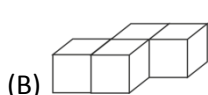
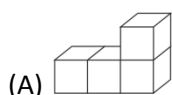
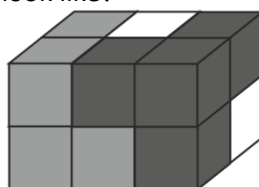
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

2. $11.11 - 1.111 =$

- (A) 9.009 (B) 9.0909 (C) 9.99 (D) 9.999 (E) 10

3. Ένα κυβοειδές αποτελείται από τρία κομμάτια (όπως φαίνεται στο σχήμα). Το κάθε κομμάτι αποτελείται από 4 κύβους και είναι μονόχρωμο. Ποιο είναι το σχήμα το άσπρου κομματιού;

A cuboid is made of three pieces (see the drawing). Each of the pieces consists of 4 cubes and is of one colour. What does the white piece look like?



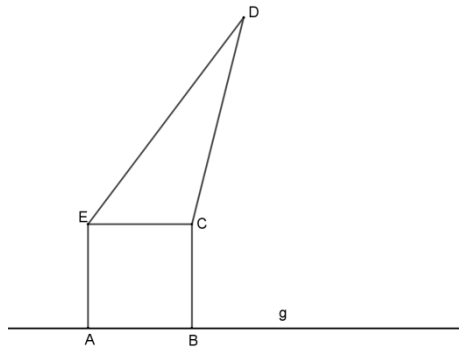
4. Όταν η Αλίκη θέλει να στείλει ένα μήνυμα στον Πάμπο με αγγλικούς χαρακτήρες, χρησιμοποιεί το ακόλουθο σύστημα. A = 01, B = 02, C = 03 ... Z = 26. Μετά που μετασχηματίζεται το κάθε γράμμα σε αριθμό, υπολογίζει $2 \times \text{αριθμό} + 9$. Το μήνυμα μετά μετασχηματίζεται σε ακολουθία αριθμών την οποία η Αλίκη στέλνει στον Πάμπο. Ένα το πρωί ο Πάμπος πείρε 25, 19, 45, 38 και αποκρυπτογραφεί αυτή την ακολουθία. Ποιο είναι το αρχικό μήνυμα που πρέπει να βρει ο Πάμπος;

When Alice wants to send a message to Bob, she uses the following system, known to Bob. A = 01, B = 02, C = 03 ... Z = 26. After transforming each letter to a number, she calculates $2 \times \text{number} + 9$. The message is now transferred in a number sequence that Alice sends to Bob. This morning Bob has received 25, 19, 45, 38 and deciphers this sequence. What is the original message Bob must find

(A) HERO (B) HELP (C) HEAR

- (D) HERS (E) Η Αλίκη έκανε λάθος/Alice has made a mistake.

5. Το τετράγωνο ABCE έχει πλευρά 4 cm και ίσο εμβαδό με το τρίγωνο ECD. Ποια είναι η απόσταση από το σημείο D προς την ευθεία g;
 The square ABCE has side length 4 cm and the same area as the triangle ECD. What is the distance from the point D to the line g?



- (A) 8 cm (B) $(4 + 2\sqrt{3})$ cm (C) 12 cm (D) $10 \cdot \sqrt{2}$ cm
 (E) Εξαρτάται από τη θέση του D/Depends on the location of D

6. Αν προσθέσουμε τα ψηφία ενός επταψήφιου αριθμού, παίρνουμε άθροισμα 6. Ποιο είναι το γινόμενο αυτών των ψηφίων;
 If we sum up the digits of a seven-digit number, then we get 6. What is the product of these digits?
 (A) 0 (B) 6 (C) 7 (D) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ (E) 5

7. ABC είναι ένα ορθογώνιο τρίγωνο που τα δύο σκέλη του έχουν μήκος 6 cm και 8 cm και τα σημεία K, L, M είναι τα κέντρα των πλευρών του. Πόση είναι η περίμετρος του τριγώνου KLM;
 ABC is a right-angled triangle whose legs are 6 cm and 8 cm long and the points K, L, M are the centres of its sides. How long is the perimeter of the triangle KLM?
 (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 20 (E) 24

8. Προσθέτουμε τον αριθμό 3 στον αριθμό 6. Μετά πολλαπλασιάζουμε το αποτέλεσμα με 2 και μετά προσθέτουμε 1. Μετά το τελικό αποτέλεσμα θα είναι το ίδιο όπως το αποτέλεσμα των πράξεων:
 To the number 6 we add 3. Then we multiply the result by 2 and then we add 1. Then the final result will be the same as the result of the computation:
 (A) $(6 + 3 \cdot 2) + 1$ (B) $6 + 3 \cdot 2 + 1$ (C) $(6 + 3) \cdot (2 + 1)$
 (D) $(6 + 3) \cdot 2 + 1$ (E) $6 + 3 \cdot (2 + 1)$

9. Οι δυο πλευρές ενός τετραπλεύρου είναι 1 και 4. Μία από τις διαγώνιους, η οποία έχει μήκος 2, το διαιρεί σε δύο ισοσκελή τρίγωνα. Η περίμετρος του τετραπλεύρου ισούται με:
 Two sides of a quadrilateral are equal to 1 and 4. One of the diagonals, which is 2 in length, divides it into two isosceles triangles. Then the perimeter of the quadrilateral is equal to:
 (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

10. Οι αριθμοί 144 και 220 όταν διαιρεθούν με το θετικό ακέραιο x δίνουν και οι δύο υπόλοιπο 11. Να βρεθεί ο x.
 The numbers 144 and 220 when divided by the positive integer number x both give a remainder of 11. Find x.
 (A) 7 (B) 11 (C) 15 (D) 19 (E) 38

Προβλήματα 4 μονάδων/4 point problems

11. Αν ο Αδάμος στέκεται πάνω στο τραπέζι και ο Μιχάλης στέκεται στο πάτωμα, ο Αδάμος είναι 80 cm ψηλότερος από τον Μιχάλη. Αν ο Μιχάλης στέκεται στο ίδιο τραπέζι και ο Αδάμος στο πάτωμα, τότε ο Μιχάλης είναι ένα μέτρο ψηλότερος από τον Αδάμο. Πόσο ψηλό είναι το τραπέζι;

If Adam stands on the table and Mike stands on the floor, Adam is 80 cm taller than Mike. If Mike stands on the same table and Adam is on the floor, Mike is one meter taller than Adam. How high is the table?

- (A) 20 cm (B) 80 cm (C) 90cm (D) 100 cm (E) 120 cm

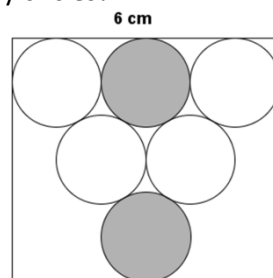
12. Ο Δάνος και η Μαίρη έριχναν ένα νόμισμα: αν το νόμισμα έδειχνε «κεφαλή» η Μαίρη κέρδιζε και ο Δάνος έπρεπε να τις δώσει 2 γλυκά. Αν το νόμισμα έδειχνε «κορώνα» τότε ο Δάνος κέρδιζε και η Μαίρη έπρεπε να δώσει τρία γλυκά. Μετά από 30 φορές που έπαιξαν ο καθένας τους είχε τόσα γλυκά όσα είχε πριν αρχίσει το παιχνίδι. Πόσες φορές κέρδισε ο Δάνος;

Denis and Mary were tossing a coin: if the coin showed heads the winner was Mary and Denis had to give her 2 candies. If the coin showed tails the winner was Denis and Mary had to give him three candies. After 30 games each of them had as many candies as before the game. How many times did Denis win?

- (A) 6 (B) 12 (C) 18 (D) 24 (E) 30

13. Σε ένα ορθογώνιο μήκους 6 cm ένα «ισόπλευρο τρίγωνο» με εφαπτόμενους κύκλους έχει σχεδιαστεί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποια είναι η μικρότερη απόσταση μεταξύ των γκριζών κύκλων;

In a rectangle of length 6 cm an "equilateral triangle" of touching circles is drawn. What is the shortest distance between the two grey circles?



- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{3} - 2$ (D) $\frac{\pi}{2}$ (E) 2

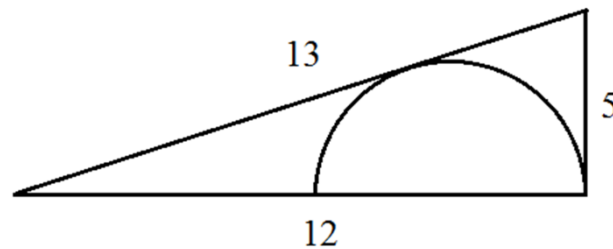
14. Στο δωμάτιο το Βασίλη υπάρχουν ρολόγια σε κάθε τοίχο, όλα είναι είτε πίσω είτε μπροστά. Το πρώτο ρολόι είναι λάθος κατά 2 λεπτά, το δεύτερο κατά 3 λεπτά, το τρίτο κατά 4 λεπτά και το τέταρτο κατά 5 λεπτά. Μια μέρα ο Βασίλης ήθελε να μάθει την ακριβή ώρα από τα ρολόγια του και είδε στα τέσσερα ρολόγια, στην ίδια σειρά όπως πιο πάνω, το εξής: 3 η ώρα παρά 6 λεπτά, 3 η ώρα παρά 3 λεπτά, 3 η ώρα και 2 λεπτά και 3 η ώρα και 3 λεπτά. Η ακριβής ώρα είναι:

In Billy's room there are clocks on each of the walls, all of them are either slow or fast. The first clock is wrong by 2 minutes, the second clock by 3 minutes, the third by 4 minutes and the fourth by 5 minutes. Once Billy wanted to know the exact time by his clocks and he saw at the four clocks, in sequence as above, the following: 6 minutes past 3, 3 minutes past 3, 2 minutes past 3 and 3 minutes past 3. The exact time is:

- (A) 3:00 (B) 2:57 (C) 2:58 (D) 2:59 (E) 3:01

15. Στο πιο κάτω σχήμα βλέπουμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές 5, 12 και 13. Ποια είναι η ακτίνα του εγγεγραμμένου ημικυκλίου.

In the picture you can see a right triangle with sides 5, 12 and 13. What is the radius of the inscribed semicircle?



- (A) $7/3$ (B) $10/3$ (C) $12/3$ (D) $13/3$ (E) $17/3$

16. Ένας τετραψήφιος αριθμός έχει 3 στη θέση των εκατοντάδων, και το άθροισμα των άλλων τριών ψηφίων είναι και αυτό 3. Πόσοι τέτοιοι αριθμοί υπάρχουν;

A four-digit number has a 3 in the hundred place, and the sum of the other three digits is also 3. How many such numbers are there?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

17. Δώδεκα αριθμοί από 1 μέχρι 9 πρέπει να γραφούν στα τετράγωνα με τέτοιο τρόπο ώστε το άθροισμα κάθε γραμμής και κάθε στήλης είναι το ίδιο. Κάποιοι από τους αριθμούς έχουν ήδη γραφτεί. Ποιος αριθμός πρέπει να γραφεί στο σκιασμένο τετράγωνο;

Twelve numbers chosen from 1 to 9 must be written in the squares in such a way that the sum of every row is the same and the sum of each column is the same. Some of the numbers are already written. What number must be written in the shaded square?

2	4		2
	3	3	
6		1	

- (A) 1 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

18. Τρεις αθλητές, ο Καν, Γκα και Ρου, έλαβαν μέρος στο Μαραθώνια κούρσα. Πριν από την έναρξη της κούρσας τέσσερεις θεατές συζήτησαν τις πιθανότητες για το νικητή.

Ο πρώτος: «είτε ο Καν είτε ο Γκα θα είναι ο νικητής»

Ο Δεύτερος: «αν ο Γκα είναι δεύτερος, τότε ο Ρου θα είναι ο νικητής»

Ο Τρίτος: «αν ο Γκα είναι τρίτος, ο Καν δεν θα είναι ο νικητής»

Ο Τέταρτος: «είτε ο Γκα είτε ο Ρου θα είναι ο δεύτερος»

Μετά την κούρσα φάνηκε ότι όλες οι πιο πάνω προτάσεις ήταν ορθές. Με ποια σειρά τερμάτισαν οι αθλητές;

Three sportsmen Kan, Ga and Roo took part in the Marathon race. Before the beginning of the race four spectators from the audience had discussed the sportsmen's chances for the victory.

The first: "Either Kan or Ga will win".

The second: "If Ga is the second, Roo will win".

The third: "If Ga is the third, Kan will not win".

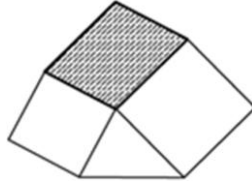
The fourth: "Either Ga or Roo will be the second".

After the race it turned out that all the four statements were true. In what order did the sportsmen finish?

- (A) Kan, Ga, Roo (B) Kan, Roo, Ga (C) Roo, Ga, Kan (D) Ga, Roo, Kan (E) Ga, Kan, Roo

19. Το πιο κάτω σχήμα κατασκευάστηκε με δύο τετράγωνα με πλευρές 4 και 5 cm, ένα τρίγωνο με εμβαδό 8 cm^2 και ένα σκιαγραφημένο παραλληλόγραμμο. Πόσο είναι το εμβαδό του παραλληλογράμμου, σε cm^2 .

The figure is formed with two squares with sides 4 and 5 cm, a triangle with 8 cm^2 of area and a shaded parallelogram. What is, in cm^2 , the area of the parallelogram?



- (A) 15 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 21

20. Η Άννη έγραψε $2012 = m^m \cdot (m^k - k)$ για μερικές θετικές ακέραιες τιμές του m και k . Ποια είναι η τιμή του k ;

Ann has written $2012 = m^m \cdot (m^k - k)$ for some positive integer values of m and k . What is the value of k ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 9 (E) 11

Προβλήματα 5 μονάδων/5 point problems

21. Ένας χρυσοχόος έχει 12 κομμάτια αλυσίδας με δύο ενώσεις. Θέλει να κάνει μια μεγάλη αλυσίδα με αυτά. Για να το κάνει αυτό θα πρέπει να ανοίξει μερικές ενώσεις (και μετά να τις κλείσει). Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός ενώσεων που πρέπει να ανοίξει;

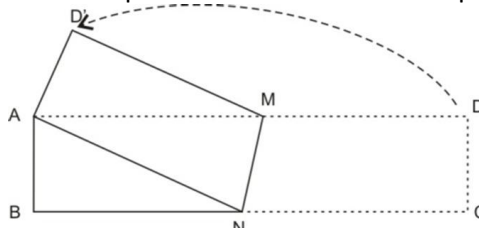
A jeweler has 12 pieces of chains of two links. He wants to make one big chain of them. To do so he has to open some links (and close them afterwards). What is the smallest number of links he has to open?



- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

22. Ένα ορθογώνιο κομμάτι χαρτιού ABCD $4 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ διπλώνεται κατά μήκος της ευθείας MN έτσι ώστε η κορυφή C να συμπίπτει με την κορυφή A, όπως φαίνεται στην εικόνα. Ποιο είναι το εμβαδό του πενταγώνου ABNMD'?

A rectangular piece of paper ABCD $4 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ is folded along the line MN such that vertex C coincides with vertex A, as shown in the picture. What is the area of pentagon ABNMD'?



- (A) 17 (B) 27 (C) 37 (D) 47 (E) 57

23. Το τραίνο G περνά γνωστό σημείο σε 8 δευτερόλεπτα. Περνά το ένα το άλλο σε 9 δευτερόλεπτα. Μετά το τραίνο H περνά το γνωστό σημείο σε 12 δευτερόλεπτα. Τι μπορείς να πεις για το μήκος του κάθε τρένου;

Train G passes a markpoint in 8 seconds. It meets train H. They pass each other in 9 seconds. Then train H pass the markpoint in 12 seconds. What can you say about the length of the trains?

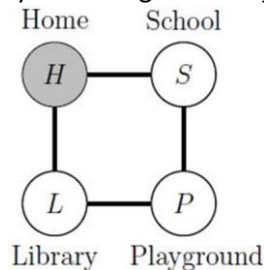
- (A) Το G έχει διπλάσιο μήκος από το H / G is twice as long as H.
 (B) Έχουν το ίδιο μήκος / They are of equal length
 (C) Το H είναι 50% πιο μακρύ / H is 50 % longer
 (D) Το H είναι διπλάσιο από το G / H is twice as long as G
 (E) Δεν είναι δυνατό να πούμε / It is impossible to say

24. Το τελευταίο μη-μηδενικό ψηφίο του αριθμού $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$ είναι
 The last non-zero digit of the number $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$ is

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 9

25. Ο Πέτρος δημιουργεί ένα Kangaroo ηλεκτρονικό παιχνίδι. Η πιο κάτω εικόνα δείχνει το διάγραμμα του παιχνιδιού. Στην αρχή, το Kangaroo βρίσκεται στο σχολείο «School» (S). Με βάση τους κανόνες του παιχνιδιού, από οποιοδήποτε σημείο, εκτός από τον οίκο «home» (H), το Kangaroo μπορεί να πηδήξει προς οποιαδήποτε από τις γειτονικές θέσεις. Όταν όμως φτάνει στο H, το παιχνίδι τελειώνει. Να βρεθεί με πόσους τρόπους το Kangaroo μπορεί να πηδήξει από το S στο H με ακριβώς 13 πηδήματα.

Peter creates a Kangaroo computer game. The picture represents the map of the game. At the start, the Kangaroo is at the School (S). According to the rules of the game, from any place, except the Home (H) the Kangaroo can jump at any of two neighbouring places. However, when it reaches H, the game is over. Find the number of ways the Kangaroo can jump from S to H in exactly 13 jumps.



- (A) 12 (B) 32 (C) 64 (D) 144 (E) 1024

26. Η μέγιστη τιμή του φυσικού αριθμού n , ώστε $n^{200} < 5^{300}$, ισούται με
 The maximum natural value n , for which $n^{200} < 5^{300}$, is equal to:

- (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 11 (E) 12

27. Έξι διαφορετικοί θετικοί αριθμοί δίδονται, με n τον μεγαλύτερο. Υπάρχει ακριβώς ένα ζευγάρι από αυτούς του ακέραιους ώστε ο μικρότερος να μην διαιρεί τον μεγαλύτερο. Ποιά είναι η μικρότερη δυνατή τιμή του n ;

Six different positive integers are given, the biggest of them being n . There exists exactly one pair of these integers such that the smaller number does not divide the bigger one. What is the smallest possible value of n ?

- (A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 36 (E) 45

28. Ο Νίκος έγραψε όλους τους τριψήφιους αριθμούς και για κάθε αριθμό βρήκε το γινόμενο των ψηφίων του. Μετά βρήκε όλα τα άθροισμα όλων των γινομένων που βρήκε. Ποιο αριθμό βρήκε;

Nick wrote out all three-digit numbers and for each of the numbers he found the product of its digits. After that he found the sum of all the products obtained. What is the number he obtained?
 (A) 45 (B) 45^2 (C) 45^3 (D) 2^{45} (E) 3^{45}

29. Οι αριθμοί από το 1 μέχρι το 120 γράφτηκαν σε 15 γραμμές όπως φαίνεται στο σχέδιο. Σε ποια στήλη (μετρώντας από τα αριστερά) είναι το άθροισμα των αριθμών μεγαλύτερο;
 The numbers from 1 to 120 have been written into 15 rows as shown in the picture. In which column (counting from the left) is the sum of the numbers the largest?

1								
2	3							
4	5	6						
7	8	9	10					
11	12	13	14	15				
...								
106	107	108	109	110	111	112	...	120

(A) 1 (B) 5 (C) 7 (D) 10 (E) 13

30. Έστω A, B, C, D, E, F, G, H οι οκτώ διαδοχικές κορυφές ενός κυρτού οκτάγωνου. Επέλεξε τυχαία μια κορυφή μεταξύ των C, D, E, F, G, H και σχεδίασε το ευθύγραμμο τμήμα ενώνοντας την με την κορυφή A. Μετά ξανά, μεταξύ των έξι κορυφών, επέλεξε τυχαία μια κορυφή και σχεδίασε το ευθύγραμμο τμήμα ενώνοντας την με την κορυφή B. Ποια η πιθανότητα να μοιραστεί το οκτάγωνο από τα δύο ευθύγραμμο τμήματα σε ακριβώς τρεις περιοχές;

Let A, B, C, D, E, F, G, H the eight consecutive vertices of a convex octagon. Choose randomly a vertex among C, D, E, F, G, H and draw the segment connecting it with vertex A; then again, among the same six vertices, choose randomly a vertex and draw the segment connecting it with vertex B. What is the probability that the octagon is cut by these two segments in exactly three regions?

(A) $1/6$ (B) $1/4$ (C) $4/9$ (D) $5/18$ (E) $1/3$