



Thales Foundation Cyprus

P.O. Box 28959, CY2084 Acropolis, Nicosia, Cyprus

# Kangourou Mathematics Competition 2015

---

*Student*

Level 11-12

(B' – Γ' Λυκείου)

21 Μαρτίου/March 2015

10:00 – 11:15

Ερωτήσεις 1 – 10 = 3 βαθμοί η καθεμιά  
Ερωτήσεις 11 – 20 = 4 βαθμοί η καθεμιά  
Ερωτήσεις 21 – 30 = 5 βαθμοί η καθεμιά

Questions 1 – 10 = 3 points each  
Questions 11 – 20 = 4 points each  
Questions 21 – 30 = 5 points each



Απαντήστε τις πιο κάτω ερωτήσεις επιλέγοντας μία από τις πέντε επιλογές. Μεταφέρετε τις σωστές απαντήσεις στο φύλλο απαντήσεων σας.

Answer the following questions by choosing one of the 5 choices. Transfer the correct answers in your answer sheet.

**3 points (3 μονάδες)**

# 1. Η Άντρη γεννήθηκε το 1997, η μικρότερη αδελφή της Σάρα το 2001. Η διαφορά ηλικίας των δύο αδελφών είναι επομένως σε οποιαδήποτε περίπτωση .

Andrea was born in 1997, her younger sister Charlotte in 2001. The age difference of the two sisters is therefore in any case.

- (A) λιγότερο από 4 χρόνια/less than 4 years  
 (B) τουλάχιστο 4 χρόνια/at least 4 years  
 (C) ακριβώς 4 χρόνια/exactly 4 years  
 (D) περισσότερο από 4 χρόνια/more than 4 years  
 (E) όχι λιγότερο από 3 χρόνια/not less than 3 years

# 2.  $(a - b)^5 + (b - a)^5 =$

- (A) 0  
 (B)  $2(a - b)^5$   
 (C)  $2a^5 - 2b^5$   
 (D)  $2a^5 + 2b^5$   
 (E)  $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

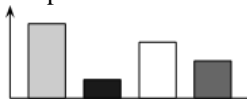
# 3. Πόσες λύσεις έχει η εξίσωση  $2^{2x} = 4^{x+1}$ ;

How many solutions does the equation  $2^{2x} = 4^{x+1}$  have?

- (A) 0 (B) άπειρες/Infinitely many (C) 2 (D) 1 (E) 3

# 4. Η Δώρα σχεδίασε ένα ιστόγραμμα αντιπροσωπεύοντας την ποσότητα των τεσσάρων ποικιλιών δέντρων στη διάρκεια μιας εκδρομής βιολογίας. Ο Γιάννης πιστεύει ότι ένα κυκλικό διάγραμμα θα εκπροσωπήσει καλύτερα τους λόγους των διαφορετικών ποικιλιών των δέντρων. Πως θα φαίνεται το αντίστοιχο κυκλικό διάγραμμα;

Diana drew a bar chart representing the quantity of the four tree species registered during a biology excursion. Jasper thinks that a circular chart would better represent the ratios of the different tree species. What does the respective circular chart look like?

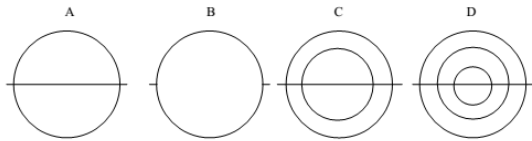


# 5. Προσθέτουμε τους 31 ακέραιους από 2001 μέχρι 2031 και διαιρούμε το άθροισμα με το 31. Τι αποτέλεσμα παίρνουμε;

We add the 31 integers from 2001 to 2031 and divide the sum by 31. What result do we get ?

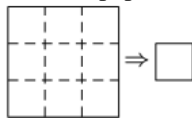
- (A) 2012 (B) 2013 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2496

# 6. Πόσα από τα πιο κάτω σχήματα μπορούν να σχεδιαστούν με μια συνεχή γραμμή χωρίς να σχεδιαστεί κάποιο τμήμα του δύο φορές;  
How many of the following figures can be drawn with one continuous line without drawing a segment twice?



- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) 4






# 7. Ένα τετραγωνικό κομμάτι χαρτιού διπλώνεται κατά μήκος των διακεκομμένων γραμμών, το ένα μετά το άλλο με οποιαδήποτε σειρά ή κατεύθυνση. Από το τετράγωνο του αποτελέσματος κόβουμε μια γωνιά. Μετά το χαρτί ξεδιπλώνεται. Πόσες τρύπες θα έχει το χαρτί;  
A square piece of paper is folded along the dashed lines one after the other in any order or direction. From the resulting square one corner is cut off. Now the paper is unfolded. How many holes are in the paper?



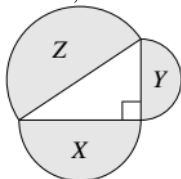
- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 4                      (E) 9

# 8. Ένα ποτήρι έχει το σχήμα ενός κόλουρου κώνου (βλέπε σχήμα). Το έξω μέρος του ποτηριού (χωρίς τη βάση) πρέπει να καλυφθεί με έγχρωμο χαρτί. Ποιο σχήμα χρειάζεται να έχει το χαρτί για να καλύψει ολόκληρο το ποτήρι χωρίς επικάλυψη;  
A drinking glass has the shape of a truncated cone (see figure). The outside of the glass (without the base) should now be covered with colored paper. What shape does the paper need to be in order to completely cover the whole glass without overlaps?



- (A) ορθογώνιο/rectangle                       (B) τραπέζιο/trapezoid 
- (C) κυκλικός τομέας/circle sector                       (D) παράλληλη λωρίδα/parallel strip 
- (E) μέρος κυκλικού τμήματος/part of a circle sector 

# 9. Τρία ημικύκλια έχουν διαμέτρους οι οποίες είναι πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου. Τα εμβαδά τους είναι  $X \text{ cm}^2$ ,  $Y \text{ cm}^2$  και  $Z \text{ cm}^2$ , όπως φαίνεται. Ποιο από τα πιο κάτω είναι κατ' ανάγκη σωστό;  
Three semicircles have diameters which are the sides of a right-angle triangle. Their areas are  $X \text{ cm}^2$ ,  $Y \text{ cm}^2$  and  $Z \text{ cm}^2$ , as shown. Which of the following is necessarily true?



- (A)  $X + Y < Z$                       (B)  $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$                       (C)  $X + Y = Z$   
(D)  $X^2 + Y^2 = Z^2$                       (E)  $X^2 + Y^2 = Z$

# 10. Ποια από τις πιο κάτω είναι η πλήρης λίστα του αριθμού των οξείων γωνιών που μπορεί να έχει ένα κυρτό τετράπλευρο;

Which of the following is the complete list of the number of acute angles a convex quadrilateral can have?

- (A) 0, 1, 2      (B) 0, 1, 2, 3      (C) 0, 1, 2, 3, 4      (D) 0, 1, 3      (E) 1, 2, 3

4 points ( 4 μονάδες)

# 11.  $\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 : 2015)} =$

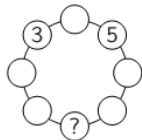
- (A)  $\sqrt{2015}$       (B) 2015      (C) 2016      (D) 2017      (E) 4030

# 12. Σε πόσες περιοχές ο άξονας των  $x$  και οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = 2 - x^2$  και  $g(x) = x^2 - 1$  μοιράζουν το Καρτεσιανό Επίπεδο;

In how many regions does the  $x$ -axis and the graphs of the functions  $f(x) = 2 - x^2$  and  $g(x) = x^2 - 1$  split the Cartesian plane ;

- (A) 7      (B) 8      (C) 9      (D) 10      (E) 11

# 13. Η Έλλη θέλει να γράψει ένα αριθμό σε κάθε κύκλο στο σχήμα ώστε ο κάθε αριθμός να είναι το άθροισμα των δύο γειτονικών του. Ποιόν αριθμό πρέπει να γράψει η Έλλη στον κύκλο με το σύμβολο ? Ella wants to write a number in each circle in the picture such that each number is the sum of its two neighbours. Which number must Ella write in the circle with the question mark?



- (A) -5      (B) -16      (C) -8      (D) -3  
(E) είναι αδύνατο/this is impossible

# 14. Για τους διαφορετικούς θετικούς ακέραιους  $a, b, c, d, e$ , γνωρίζουμε ότι  $c : e = b, a + b = d$  και  $e - d = a$ . Ποιος από τους αριθμούς  $a, b, c, d, e$  είναι ο μεγαλύτερος;

Given five different positive integers  $a, b, c, d, e$ , we know that  $c : e = b, a + b = d$  and  $e - d = a$ . Which of the numbers  $a, b, c, d, e$  is the largest?

- (A)  $a$       (B)  $b$       (C)  $c$       (D)  $d$       (E)  $e$

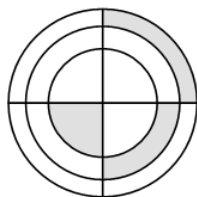
# 15. Ο γεωμετρικός μέσος ενός συνόλου  $n$  θετικών αριθμών ορίζεται ως η νιοστή ρίζα του γινομένου αυτών των αριθμών. Ο γεωμετρικός μέσος ενός συνόλου τριών αριθμών είναι 3 και ο γεωμετρικός μέσος ενός άλλου συνόλου τριών αριθμών είναι 12. Ποιος είναι ο γεωμετρικός μέσος του συνόλου των έξι αριθμών μαζί;

The geometric mean of a set of  $n$  positive numbers is defined as the  $n$ -th root of the product of those numbers. The geometric mean of a set of three numbers is 3 and the geometric mean of another set of three numbers is 12. What is the geometric mean of the combined set of six numbers?

- (A) 4      (B) 6      (C)  $15/2$       (D)  $15/6$       (E) 36

# 16. Στο διάγραμμα που φαίνεται υπάρχουν τρεις ομόκεντροι κύκλοι και δύο κάθετες μεταξύ τους διαμέτρους. Αν οι τρεις σκιαγραφημένες περιοχές έχουν ίσο εμβαδό και η ακτίνα του μικρού κύκλου ισούται με ένα, ποιο είναι το γινόμενο των τριών ακτίνων;

In the figure shown there are three concentric circles and two perpendicular diameters. If the three shaded figures have equal area and the radius of the small circle is one, what is the product of the three radii?



- (A)  $\sqrt{6}$       (B) 3      (C)  $\frac{3\sqrt{3}}{3}$       (D)  $2\sqrt{2}$       (E) 6

# 17. Ένα έμπορος αυτοκινήτων αγόρασε δύο αυτοκίνητα. Πώλησε το ένα 40% περισσότερο από ότι πλήρωσε και το δεύτερο 60% περισσότερο από ότι πλήρωσε. Τα χρήματα που πήρε για τα δύο αυτοκίνητα ήταν 54% περισσότερα από ότι πλήρωσε και για τα δύο μαζί. Ο λόγος των τιμών που πλήρωσε ο έμπορος για το πρώτο και το δεύτερο αυτοκίνητο ήταν:

An automobile dealer bought two cars. He sold the first one for 40% more than he paid for it and the second one for 60% more than he paid for it. The money he received for the two cars was 54% more than what he paid for both. The ratio of the prices the dealer paid for the first and the second car was:

- (A) 10:13      (B) 20:27      (C) 3:7      (D) 7:12      (E) 2:3

# 18. Η Βίβη έχει ένα ζάρι με αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5 και 6 στις έξι έδρες του. Η Τίνα έχει ένα ζάρι το οποίο είναι ειδικό: έχει τους αριθμούς 2, 2, 2, 5, 5 και 5 στις έξι έδρες του. Όταν η Βίβη και η Τίνα ρίχνουν τα ζάρια κερδίζει αυτό με το μεγαλύτερο αριθμό στη πάνω έδρα τους. Αν οι δύο αριθμοί είναι οι ίδιοι τότε είναι ισοπαλία. Ποια η πιθανότητα να κερδίσει η Τίνα;

Bibi has a die with the numbers 1, 2, 3, 4, 5 and 6 on its six faces. Tina has a die which is special: it has the numbers 2, 2, 2, 5, 5 and 5 on its six faces. When Bibi and Tina roll their dice the one with the larger number on the top face wins. If the two numbers are equal it is a draw. What is the probability that Tina wins?

- (A)  $1/3$       (B)  $7/18$       (C)  $5/12$       (D)  $1/2$       (E)  $11/18$

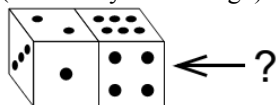
# 19. Υπάρχουν 2015 μπίλιες σε ένα μπαστούνι. Οι μπίλιες είναι αριθμημένες από το 1 μέχρι το 2015. Οι μπίλιες που έχουν τα ίδιο άθροισμα των ψηφίων τους έχουν το ίδιο χρώμα και οι μπίλιες με διαφορετικό άθροισμα των ψηφίων τους έχουν διαφορετικό χρώμα. Πόσα διαφορετικά χρώματα μπίλιες υπάρχουν στο μπαστούνι;

There are 2015 marbles in a cane. The marbles are numbered from 1 to 2015. Marbles with equal digit sums have the same color and marbles with different digit sums have different colors. How many different colors of marbles are there in the cane?

- (A) 10      (B) 27      (C) 28      (D) 29      (E) 2015

# 20. Στα συνηθισμένα ζάρια το άθροισμα των απέναντι εδρών τους είναι 7. Υπάρχουν δύο ίδια συνηθισμένα ζάρια όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποιος αριθμός θα μπορούσε να είναι στην έδρα στα δεξιά (δεν φαίνεται) που σημειώνεται με το σύμβολο ? .

For standard dice the sum of the numbers on opposite faces is 7. There are two identical standard dice shown in the figure. What number may be on the (not visible) face on the right (marked by the "?" sign)?



- (A) μόνο/only 5                      (B) μόνο/only 2                      (C) 2 ή/or 5  
(D) 1, 2, 3 ή/or 5                      (E) 2, 3 ή/or 5

### 5 points (5 μονάδες)

# 21. Το πιο κάτω είναι ο πίνακας πολλαπλασιασμού των αριθμών 1 μέχρι 10. Ποιο είναι το άθροισμα όλων των 100 γινομένων στο συμπληρωμένο πίνακα;

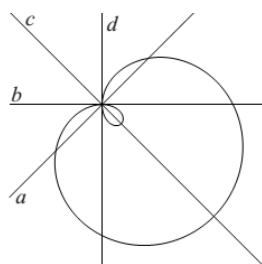
The following is the multiplication table of the numbers 1 to 10. What is the sum of all 100 products in the complete table?

×	1	2	3	...	10
1	1	2	3	...	10
2	2	4	6	...	20
⋮	⋮				⋮
10	10	20	30	...	100

- (A) 1000                      (B) 2025                      (C) 2500                      (D) 3025                      (E) 5500

# 22. Η καμπύλη στο σχήμα ορίζεται με την εξίσωση  $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$ . Ποια από τις ευθείες  $a, b, c, d$  αντιπροσωπεύει τον άξονα  $y$ ;

The curve in the figure is described by the equation  $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$ . Which of the lines  $a, b, c, d$  represents the  $y$ -axis?



- (A)  $a$                       (B)  $b$                       (C)  $c$                       (D)  $d$   
(E) Καμιά από αυτές /none of these

# 23. Πόσοι διψήφιοι αριθμοί μπορούν να γραφούν ως το σύνολο ακριβώς έξι διαφορετικών δυνάμεων του 2, συμπεριλαμβανομένου του  $2^0$ ;

How many 2-digit numbers can be written as the sum of exactly six different powers of 2, including  $2^0$ ?

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) 4

# 24. Πόσα κανονικά πολύγωνα υπάρχουν ώστε οι γωνίες (σε μοίρες) να είναι ακέραιοι;

- How many regular polygons exist such that their angles (in degrees) are integers?  
(A) 17                      (B) 18                      (C) 22                      (D) 25                      (E) 60

# 25. Πόσοι τριψήφιοι θετικοί ακέραιοι μπορούν να δημιουργηθούν ως το άθροισμα ακριβώς εννέα διαφορετικών δυνάμεων του 2;

How many 3-digit positive integers can be represented as the sum of exactly nine different powers of 2 ?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

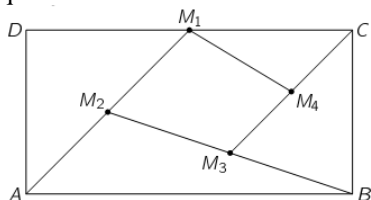
# 26. Πόσα τρίγωνα  $ABC$  με  $\angle ABC = 90^\circ$  και  $AB = 20$  υπάρχουν που όλες οι πλευρές τους να έχουν μήκη ακέραιους αριθμούς;

How many triangles  $ABC$  with  $\angle ABC = 90^\circ$  and  $AB = 20$  exist such that all sides have integer lengths?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 6

# 27. Στο ορθογώνιο  $ABCD$  όπως φαίνεται στο σχήμα,  $M_1$  είναι το μέσο της  $DC$ ,  $M_2$  είναι το μέσο της  $AM_1$ ,  $M_3$  είναι το μέσο της  $BM_2$  και  $M_4$  είναι το μέσο της  $CM_3$ . Βρείτε το λόγο μεταξύ των εμβαδών του τετραπλεύρου  $M_1M_2M_3M_4$  και του ορθογωνίου  $ABCD$ .

In the rectangle  $ABCD$  shown in the figure,  $M_1$  is the midpoint of  $DC$ ,  $M_2$  is the midpoint of  $AM_1$ ,  $M_3$  is the midpoint of  $BM_2$  and  $M_4$  is the midpoint of  $CM_3$ . Find the ratio between the areas of the quadrilateral  $M_1M_2M_3M_4$  and of the rectangle  $ABCD$ .



- (A) 7/16                      (B) 3/16                      (C) 7/32                      (D) 9/32                      (E) 1/5

# 28. Μπλε και κόκκινα ορθογώνια σχεδιάζονται σε ένα μαυροπίνακα. Ακριβώς 7 από τα ορθογώνια είναι τετράγωνα. Υπάρχουν 3 κόκκινα ορθογώνια περισσότερα από τα μπλε τετράγωνα. Υπάρχουν 2 κόκκινα τετράγωνα περισσότερα από τα μπλε ορθογώνια. Πόσα μπλε ορθογώνια υπάρχουν στον μαυροπίνακα;

Blue and red rectangles are drawn on a blackboard. Exactly 7 of the rectangles are squares.

There are 3 red rectangles more than blue squares. There are 2 red squares more than blue rectangles.

How many blue rectangles are there on the blackboard?

- (A) 1                      (B) 3                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 10

# 29. Τα 96 μέλη ενός σωματίου αριθμησης κάθονται πάνω σε ένα μεγάλο κύκλο. Αρχίζουν να λένε 1, 2, 3 κ.ο.κ. με σειρά γύρω από τον κύκλο. Το κάθε μέλος που λέει ένα άρτιο (ζυγό) αριθμό βγαίνει από τον κύκλο και οι υπόλοιποι συνεχίζουν, αρχίζοντας το δεύτερο κύκλο με το 97. Συνεχίζουν με αυτό τον τρόπο μέχρι να μείνει ένα μέλος. Ποιο αριθμό είπε στον πρώτο κύκλο αυτό το μέλος που έμεινε τελευταίο;

96 members of a counting club are standing in a large circle. They start saying numbers 1, 2, 3, etc. in turn, going around the circle. Every member that says an even number steps out of the circle and the rest continue, starting the second round with 97. They continue in this way until only one member is left. Which number did this last member left say in the first round?

- (A) 1                      (B) 17                      (C) 33                      (D) 65                      (E) 95



# 30. Στη λέξη KANGAROO, ο Βασίλης και ο Πάμπος αντικαθιστούν τα γράμματα με ψηφία, ώστε ο αριθμός που προκύπτει είναι πολλαπλάσιος του 11. Ο καθένας αντικαθιστά διαφορετικά γράμματα με διαφορετικά ψηφία και τα ίδια γράμματα με τα ίδια ψηφία ( $K \neq 0$ ). Ο Βασίλης παίρνει τον μεγαλύτερο δυνατό αριθμό και ο Πάμπος τον μικρότερο δυνατό. Και στις δύο περιπτώσεις ένα από τα γράμματα έχει αντικατασταθεί με το ίδιο ψηφίο. Ποιο ψηφίο είναι αυτό;

In the word KANGAROO Bill and Bob replace the letters by digits, so that the resulting numbers are multiples of 11. They each replace different letters by different digits and the same letters by the same digits ( $K \neq 0$ ). Bill obtains the largest possible such number and Bob the smallest. In both cases one of the letters is replaced by the same digit. Which digit is this?

- (A) 0                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

# KANGOUROU SUMMER MATHEMATICS CAMP 2015

**24 – 29 July / Ιουλίου 2015**

Rodon Mount Resort, Agros  
Ξενοδοχείο Ρόδον, Αγρός

*For students of age 9-14 (4<sup>th</sup> – 9<sup>th</sup> grade)*  
*Για μαθητές ηλικίας 9-14 ετών (Δ' Δημοτικού – Γ' Γυμνασίου)*

## PROGRAMME / ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

### DAY / ΜΕΡΑ 1

Arrivals / Αφίξεις

### DAY / ΜΕΡΑ 2 - 5

Math lessons / Μαθήματα μαθηματικών  
Games / Παιχνίδια  
Sports / Αθλοπαιδιές  
Communication in Science and Mathematics  
Επικοινωνία στην επιστήμη και τα μαθηματικά  
Swimming / Κολύμπι  
Competitions / Διαγωνισμοί  
Village Tour / Ξενάγηση στο χωριό

### DAY / ΜΕΡΑ 6

Departures / Αναχωρήσεις

For more information, please visit our website [www.ThalesCyprus.com](http://www.ThalesCyprus.com) or contact us at 99222701

Deadline to submit the application form: 15 June 2015

Για περισσότερες πληροφορίες, επισκεφτείτε την ιστοσελίδα μας [www.ThalesCyprus.com](http://www.ThalesCyprus.com) ή επικοινωνήστε μαζί μας στο 99222701  
Τελευταία ημερομηνία υποβολής αιτήσεων: 15 Ιουνίου 2015