



Thales Foundation Cyprus
36 Stasinou street, Office 104, Strovolos 2003, Nicosia, Cyprus

Kangourou Mathematics Competition 2017

Level 11 – 12

Date: 18 March 2017

Time: 10:00 – 11:15

Questions 1 – 10 = 3 points

Questions 11 – 20 = 4 points

Questions 21 – 30 = 5 points

KSF 2017 - Student – Levels 11-12

3 point problems (προβλήματα 3 μονάδων)

1. $\frac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$

- (A) 3,4 (B) 17 (C) 34 (D) 201,7 (E) 340

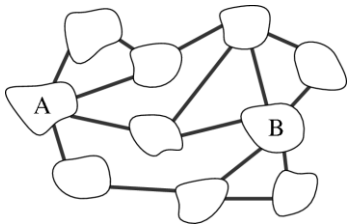
2. Ben likes to play with his H0-model railroad. He modelled some things in the H0-ratio 1:87, even a 2 cm height model of his brother. What is the real height of his brother?

Στον Βεν αρέσει να παίζει με το H0-μοντέλο σιδηροδρόμου του. Ο ίδιος διαμόρφωσε κάποια πράγματα στην H0-αναλογία 1:87, ακόμη και το 2 εκατοστά ύψους του μοντέλου του αδελφού του. Ποιο είναι το πραγματικό ύψος του αδελφού του;

- (A) 1.74 m (B) 1.62 m (C) 1.86 m (D) 1.94 m (E) 1.70 m

3. In the figure we see 10 islands that are connected by 15 bridges. What is the smallest number of bridges that can be eliminated in order to make it impossible to get from A to B by bridge?

Στο σχήμα βλέπουμε 10 νησιά που συνδέονται με 15 γέφυρες. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός των γεφυρών που μπορούν να εξαλειφθούν, προκειμένου να καταστεί αδύνατο να μεταβείς από το A νησί στο B;



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

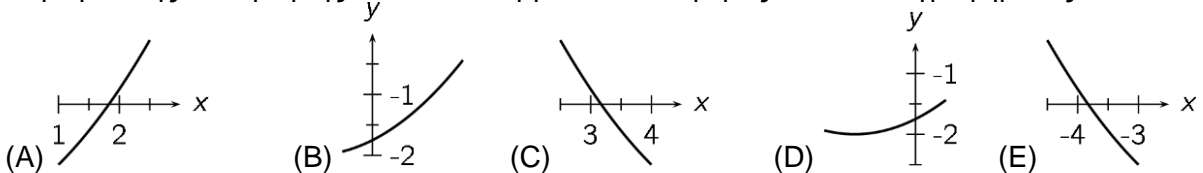
4. Two positive numbers a and b are such that 75% of a equals 40% of b . This means that

Δύο θετικοί αριθμοί a και b είναι τέτοιοι ώστε το 75% του a να ισούται με το 40% του b . Αυτό σημαίνει ότι

- (A) $15a = 8b$ (B) $7a = 8b$ (C) $3a = 2b$ (D) $5a = 12b$ (E) $8a = 15b$

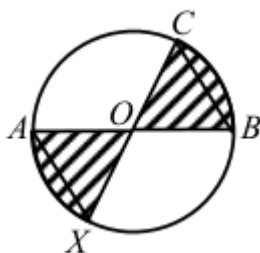
5. Four of the following five clippings are part of the graph of the same quadratic function. Which clipping is not part of this graph?

Τέσσερα από τα ακόλουθα πέντε αποκόμματα αποτελούν μέρος του γραφήματος της ίδιας τετραγωνικής συνάρτησης. Ποιο απόκομμα δεν είναι μέρος αυτού του γραφήματος;



6. Given a circle with center O and diameters AB and CX such that $OB = BC$. What portion of the area of the circle is shaded?

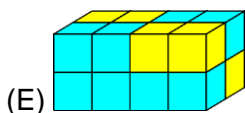
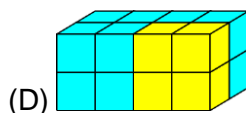
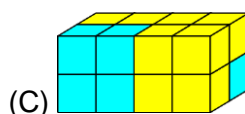
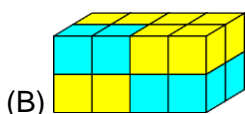
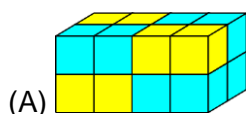
Δίδεται κύκλος με κέντρο O και διαμέτρους AB και CX έτσι ώστε $OB = BC$. Ποιο μέρος του εμβαδού του κύκλου είναι σκιασμένο;



- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{4}{11}$

7. A bar consists of 2 white and 2 grey cubes glued together such that the result is a $4 \times 1 \times 1$ bar with 2 white cubes on one end and 2 grey cubes on the other end. Which figure can be built from 4 bars?

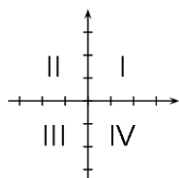
Μια πλάκα αποτελείται από 2 λευκούς και 2 γκριζούς κύβους κολλημένους μεταξύ τους, έτσι ώστε το αποτέλεσμα να είναι μια πλάκα $4 \times 1 \times 1$ με 2 λευκούς κύβους στο ένα άκρο και 2 γκριζούς κύβους στο άλλο άκρο. Ποια εικόνα μπορεί να δημιουργηθεί από 4 πλάκες;



8. Which quadrant contains no points of the graph of the linear function?

Ποιο τεταρτημόριο δεν περιέχει σημεία της γραφικής παράστασης της γραμμικής συνάρτησης;

$$f(x) = -3.5x + 7$$



- (A) I (B) II (C) III

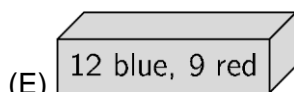
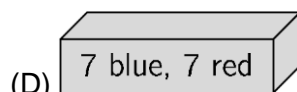
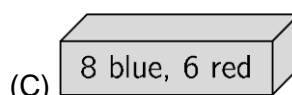
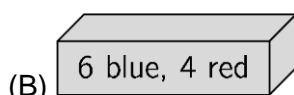
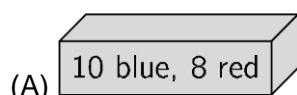
- (D) IV (E) All quadrants contain points (Όλα τα τεταρτημόρια περιέχουν σημεία)

9. Each of the following five boxes are filled with red and blue balls as labeled. Ben wants to take one ball out of the boxes without looking. From which box should he take the ball to have the highest probability to get a blue ball?

Κάθε ένα από τα ακόλουθα πέντε κουτιά γεμίζονται με κόκκινες και μπλε μπάλες όπως φαίνεται. Ο Ben θέλει να βγάλει μια μπάλα έξω από τα κουτιά χωρίς να κοιτάξει. Από ποιο κουτί θα πρέπει να πάρει μπάλα έτσι ώστε να έχει περισσότερες πιθανότητες να πάρει μία μπλε μπάλα;

Blue= μπλέ

Red = κόκκινη



10. The graph of which of the following functions has the most points in common with the graph of the function $f(x) = x$?

Ποια από τις ακόλουθες γραφικές παραστάσεις έχει τα περισσότερα κοινά σημεία με την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x$;

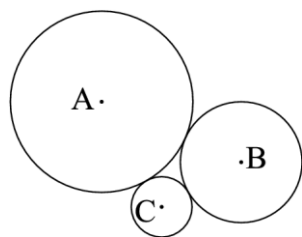
(A) $g_1(x) = x^2$ (B) $g_2(x) = x^3$ (C) $g_3(x) = x^4$

(D) $g_4(x) = -x^4$ (E) $g_5(x) = -x$

4 point problems (προβλήματα 4 μονάδων)

11. Three mutually tangent circles with centres A , B , C have the radii 3, 2 and 1, respectively. What is the area of the triangle ABC ?

Τρεις εφαπτόμενοι κύκλοι με κέντρα A , B , C έχουν ακτίνα 3, 2 και 1, αντίστοιχα. Ποιο το εμβαδό του τριγώνου ABC ;



(A) 6 (B) $4\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) 9 (E) $2\sqrt{6}$

12. The positive number p is less than 1, and the number q is greater than 1. Which of the following numbers is the largest?

Ο θετικός αριθμός p είναι μικρότερος από 1, και ο αριθμός q μεγαλύτερος από 1. Ποιος από τους ακόλουθους αριθμούς είναι ο μεγαλύτερος;

(A) $p \cdot q$ (B) $p + q$ (C) $\frac{p}{q}$ (D) p (E) q

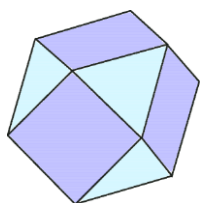
13. Two right cylinders A and B have the same volume. The radius of the base of B is 10 % larger than that of A . How much larger is the altitude of A than that of B ?

Δύο κύλινδροι A και B έχουν τον ίδιο όγκο. Η ακτίνα της βάσης του B είναι 10% μεγαλύτερη από εκείνη του A . Πόσο μεγαλύτερο είναι το ύψος του A από εκείνο του B ;

- (A) 5 % (B) 10 % (C) 11 % (D) 20 % (E) 21 %

14. The faces of the polyhedron shown are either triangles or squares. Each square is surrounded by 4 triangles and each triangle is surrounded by 3 squares. If there are 6 squares, how many triangles are there?

Οι όψεις του πολυέδρου που φαίνεται πιο κάτω είναι είτε τρίγωνα είτε τετράγωνα. Κάθε τετράγωνο περιβάλλεται από 4 τρίγωνα και κάθε τρίγωνο περιβάλλεται από 3 τετράγωνα. Εάν υπάρχουν 6 τετράγωνα, πόσα τρίγωνα υπάρχουν;



- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

15. We have four tetrahedral dice, perfectly balanced, with their faces numbered 2, 0, 1 and 7. If we roll all four of these dice, what is the probability that we can compose the number 2017 using exactly one of the three visible numbers from each die?

Έχουμε τέσσερα τετράεδρα ζάρια, απόλυτα ισορροπημένα, με αριθμημένες έδρες 2, 0, 1 και 7. Αν ρίξουμε τα τέσσερα αυτά ζάρια, ποια είναι η πιθανότητα να σχηματίσουμε τον αριθμό 2017 χρησιμοποιώντας ακριβώς ένα από τους τρεις ορατούς αριθμούς από κάθε ζάρι;

- (A) $\frac{1}{256}$ (B) $\frac{63}{64}$ (C) $\frac{81}{256}$ (D) $\frac{3}{32}$ (E) $\frac{29}{32}$

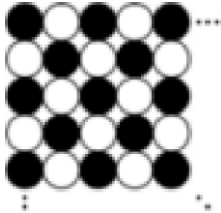
16. The polynomial $5x^3 + ax^2 + bx + 24$ has integer coefficients a and b . Which of the following is certainly not a root of the polynomial?

Το πολυώνυμο $5x^3 + ax^2 + bx + 24$ έχει ακέραιους συντελεστές το a και το b . Ποιο από τις πιο κάτω δεν είναι σίγουρα ρίζα του πολυώνυμου;

- (A) 1 (B) -1 (C) 3 (D) 5 (E) 6

17. Julia has 2017 chips: 1009 of them are black and the rest are white. She places them in a square pattern as shown, beginning with a black chip in the upper left hand corner, alternating colours in each row and each column. How many chips of each colour are left after she has completed the largest possible square?

Η Τζούλια έχει 2017 τσιπ: 1009 από αυτά είναι μαύρα και τα υπόλοιπα είναι λευκά. Τα τοποθετεί σε ένα τετράγωνο σχήμα, όπως φαίνεται, αρχίζοντας με ένα μαύρο τσιπ στην επάνω αριστερή γωνία, εναλλάσσοντας τα χρώματα σε κάθε σειρά και κάθε στήλη. Πόσα τσιπ από κάθε χρώμα μένουν αφότου έχει ολοκληρωθεί το μεγαλύτερο δυνατό τετράγωνο;



- (A) None(Κανένα)
 (B) 40 of each (40 από το καθένα)
 (C) 40 black ones and 41 white ones (40 μαύρα και 41 άσπρα)
 (D) 41 of each (41 από το καθένα)
 (E) 40 white ones and 41 black ones (40 άσπρα και 41 μαύρα)

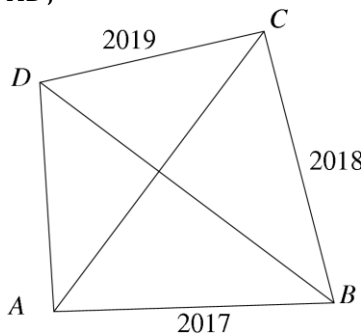
18. Two consecutive numbers are such that the sums of the digits of each of them are multiples of 7. At least how many digits does the smaller number have?

Δύο διαδοχικοί αριθμοί είναι τέτοιοι ώστε το άθροισμα των ψηφίων του κάθε ενός από αυτά να είναι πολλαπλάσιο του 7. Τουλάχιστον πόσα ψηφία έχει ο μικρότερος αριθμός;

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

19. In a convex quadrilateral $ABCD$ the diagonals are perpendicular. The sides have lengths $|AB| = 2017$, $|BC| = 2018$ and $|CD| = 2019$ (figure not to scale). What is the length of AD ?

Σε ένα κυρτό τετράπλευρο $ABCD$ οι διαγώνιοι είναι κάθετοι. Οι πλευρές έχουν μήκη $|AB| = 2017$, $|BC| = 2018$ and $|CD| = 2019$ (το σχήμα δεν είναι με κλίμακα). Ποιο είναι το μήκος της AD ;



- (A) 2016 (B) 2018 (C) $\sqrt{2020^2 - 4}$ (D) $\sqrt{2018^2 + 2}$ (E) 2020

20. Tytti tries to be a good little Kangaroo, but lying is too much fun. Therefore, every third statement she says is a lie and the rest is true. (Sometimes she starts with a lie and sometimes with one or two true statements.)

Tytti is thinking of a 2-digit number and is telling her friend about it:

"One of its digits is a 2."

"It is larger than 50."

"It is an even number."

"It is less than 30."

"It is divisible by three."

"One of its digits is a 7."

What is the sum of the digits of the number Tytti is thinking of?

Η Tytti προσπαθεί να είναι ένα φρόνιμο καγκουρό, αλλά το ψέμα γι' αυτήν είναι πάρα πολύ διασκεδαστικό. Ως εκ τούτου, κάθε τρίτη δήλωση που κάνει η μία είναι ψέμα και οι υπόλοιπες αλήθεια. (Μερικές φορές ξεκινά με ένα ψέμα και μερικές φορές με μία ή δύο αληθείς δηλώσεις)

Η Tytti σκέφτεται ένα 2-ψήφιο αριθμό και λέει στη φίλη της:

"Ένα από τα ψηφία του είναι το 2."

"Είναι μεγαλύτερος από 50."

"Είναι άρτιος αριθμός."

"Είναι μικρότερος από 30."

"Διαιρείται με το τρία."

"Ένα από τα ψηφία του είναι το 7."

Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού που σκέφτεται η Tytti;

- (A) 9 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 17

5 point problems (προβλήματα 5 μονάδων)

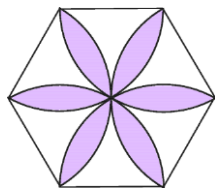
21. How many positive integers have the property that the number obtained by deleting the last digit is equal to $1/14$ of the original number?

Πόσοι θετικοί ακέραιοι έχουν την ιδιότητα ότι ο αριθμός που προκύπτει από τη διαγραφή του τελευταίου τους ψηφίου να είναι ίσος με το $1/14$ του αρχικού αριθμού;

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

22. The picture shows a regular hexagon with side lengths equal to 1. The flower was constructed with sectors of circles of radius 1 and centers in the vertices of the hexagon. What is the area of the flower?

Η εικόνα δείχνει ένα κανονικό εξάγωνο με μήκος πλευράς ίση με 1. Το λουλούδι κατασκευάστηκε με τομείς από κύκλους ακτίνας 1 και κέντρα τις κορυφές του εξαγώνου. Ποιο είναι το εμβαδό του λουλουδιού;



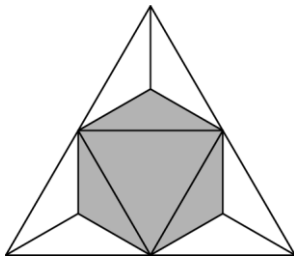
- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $2\sqrt{3} - \pi$ (D) $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ (E) $2\pi - 3\sqrt{3}$

23. Consider the sequence a_n with $a_1 = 2017$ and $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Then $a_{2017} =$
 Θεωρείστε την ακολουθία a_n με $a_1 = 2017$ και $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Τότε $a_{2017} =$

- (A) -2017 (B) $\frac{-1}{2016}$ (C) $\frac{2016}{2017}$ (D) 1 (E) 2017

24. Consider a regular tetrahedron. Its four corners are cut off by four planes, each passing through the midpoints of three adjacent edges (see figure). What part of the volume of the original tetrahedron is the volume of the resulting solid?

Σκεφτείτε ένα κανονικό τετράεδρο. Οι τέσσερις γωνίες του αποκόπτονται από τέσσερα επίπεδα, το καθένα περνά από τα μεσαία σημεία των τριών γειτονικών ακμών (βλέπε σχήμα). Τι μέρος του όγκου του αρχικού τετράεδρου είναι ο όγκος του προκύπτοντος στερεού;



- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{3}$

25. The sum of the lengths of the three sides of a right-angled triangle is equal to 18 and the sum of the squares of the lengths of the three sides is equal to 128. What is the area of the triangle?

Το άθροισμα των μηκών των τριών πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με 18 και το άθροισμα των τετραγώνων των μηκών των τριών πλευρών είναι ίσο με 128. Ποιο είναι το εμβαδόν του τριγώνου;

- (A) 18 (B) 16 (C) 12 (D) 10 (E) 9

26. You are given 5 boxes, 5 black and 5 white balls. You choose how to put the balls in the boxes (each box has to contain at least one ball). Your opponent comes and draws one ball from one box of his choice and he wins if he draws a white ball. Otherwise, you win. How should you arrange the balls in the boxes to have the best chance to win?

- (A) You put one white and one black ball in each box.
- (B) You arrange all the black balls in three boxes, and all the white balls in two boxes.
- (C) You arrange all the black balls in four boxes, and all the white balls in one box.
- (D) You put one black ball in every box, and add all the white balls in one box.
- (E) You put one white ball in every box, and add all the black balls in one box.

Σας δίνονται 5 κουτιά, 5 μαύρες και 5 άσπρες μπάλες. Μπορείτε να διαλέξετε εσείς πώς να βάλετε τις μπάλες στα κουτιά (κάθε κουτί πρέπει να περιέχει τουλάχιστον μία μπάλα). Ο αντίπαλός σας έρχεται και παίρνει μία μπάλα από ένα κουτί της επιλογής του και κερδίζει αν πάρει μια άσπρη μπάλα. Διαφορετικά, κερδίζετε εσείς. Πώς θα πρέπει να βάλετε τις μπάλες στα κουτιά για να έχετε περισσότερες πιθανότητες να κερδίσετε;

- (A) Βάζεις μία άσπρη και μία μαύρη μπάλα στο κάθε κουτί.
- (B) Τοποθετείς όλες τις μαύρες μπάλες σε τρία κουτιά, και όλες τις άσπρες σε δύο κουτιά.
- (C) Τοποθετείς όλες τις μαύρες μπάλες σε τέσσερα κουτιά, και όλες τις άσπρες σε ένα κουτί.
- (D) Βάζεις μία μαύρη μπάλα σε κάθε κουτί, και προσθέτεις όλες τις άσπρες μπάλες σε ένα κουτί.
- (E) Βάζεις μία άσπρη μπάλα σε κάθε κουτί, και προσθέτεις όλες τις μαύρες μπάλες σε ένα κουτί.

27. Nine integers are written in the cells of a 3×3 table. The sum of the nine numbers is equal to 500. It is known that the numbers in any two neighbouring cells (that is cells sharing a common side) differ by 1. What is the number in the central cell?

Εννέα ακέραιοι αριθμοί είναι γραμμένοι στα κελιά ενός πίνακα 3×3 . Το άθροισμα των εννέα αριθμών είναι ίσο με 500. Είναι γνωστό ότι οι αριθμοί σε οποιαδήποτε δύο γειτονικά κελιά (δηλαδή κελιά που μοιράζονται μία κοινή πλευρά) διαφέρουν κατά 1. Ποιος είναι ο αριθμός στο κεντρικό κελί με το ?;

	?	

- (A) 50 (B) 54 (C) 55 (D) 56 (E) 57

28. If $|x| + x + y = 5$ and $x + |y| - y = 10$ what is the value of $+y$?

Αν $|x| + x + y = 5$ και $x + |y| - y = 10$ ποια η τιμή του $x + y$;

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

29. How many three-digit positive integers ABC exist, such that $(A + B)^C$ is a three-digit integer and an integer power of 2?

Πόσοι τριψήφιοι ακέραιοι θετικοί αριθμοί ABC υπάρχουν, έτσι ώστε $(A + B)^C$ να είναι τριψήφιος ακέραιος και ακεραία δύναμη του 2;

- (A) 15 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 21

30. Each of the 2017 people living on an island is either a liar (and always lies) or a truth-teller (and always tells the truth). More than one thousand of them take part in a banquet, all sitting together at a round table. Each of them says: "Of the two people beside me, one is a liar and the other one a truth-teller."

How many truth-tellers are there on the island at most?

Κάθε ένας από τους 2017 ανθρώπους που ζουν σε ένα νησί είναι είτε ψεύτης (και λέει πάντα ψέματα) είτε ειλικρινής (και λέει πάντα την αλήθεια). Περισσότεροι από χίλιους από αυτούς λαμβάνουν μέρος σε ένα συμπόσιο, όλοι κάθονται μαζί σε ένα στρογγυλό τραπέζι. Κάθε ένας από αυτούς λέει: "Από τους δύο ανθρώπους δίπλα μου, ένας είναι ψεύτης και ο άλλος ειλικρινής." Πόσοι ειλικρινείς άνθρωποι το πολύ υπάρχουν στο νησί;

- (A) 1683 (B) 668 (C) 670 (D) 1344 (E) 1343