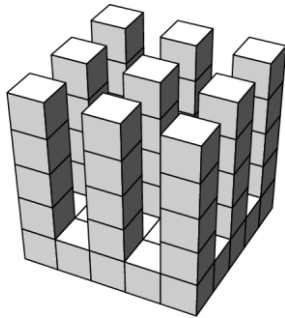


3 point problems - θέματα 3 μονάδων

1. If you take a number of $1 \times 1 \times 1$ cubes out of a $5 \times 5 \times 5$ cube, you end up with a solid figure consisting of columns of the same height, which stand on the same ground plate (see figure). How many small cubes were taken out?

Αν αφαιρέσεις ένα αριθμό από $1 \times 1 \times 1$ κύβους από ένα $5 \times 5 \times 5$ κύβο, καταλήγεις σε ένα στερεό με κολόνες του ίδιου ύψους, οι οποίες στέκονται στην ίδια βάση (βλέπε σχήμα). Πόσοι μικροί κύβοι αφαιρέθηκαν;



- (A) 56 (B) 60 (C) 64
(D) 68 (E) 80

2. Today is Carla's, Emilie's and Lilia's birthday. The sum of their ages is now 44. What will the sum of their ages be the next time it is a two-digit number with two equal digits?

Σήμερα είναι τα γενέθλια της Carla's, της Emilie's και της Lilia's. Το άθροισμα των ηλικιών τους είναι τώρα 44. Ποιο θα είναι το άθροισμα των ηλικιών τους την επόμενη φορά που θα είναι διψήφιος αριθμός με δύο ίδια ψηφία;

- (A) 55 (B) 66 (C) 77 (D) 88 (E) 99

3. If $a^b = \frac{1}{2}$ what is the value of a^{-3b} ?

Αν $a^b = \frac{1}{2}$ ποια η τιμή του a^{-3b} ?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) 8 (C) -8 (D) 6 (E) $\frac{1}{6}$

4. There are 48 balls placed into three baskets of different sizes. The smallest and the largest basket contain together twice the number of balls that the middle one contains. The smallest basket contains half the number of balls of the middle one. How many balls are there in the largest basket?

Υπάρχουν 48 μπάλες τοποθετημένες σε τρία καλάθια διαφορετικών μεγεθών. Το μικρότερο και το μεγαλύτερο καλάθι περιέχουν μαζί διπλάσιες μπάλες από τις μπάλες στο μεσαίο μεγέθους καλάθι. Το μικρότερο καλάθι περιέχει τις μισές μπάλες από το μεσαίο καλάθι. Πόσες μπάλες υπάρχουν στο μεγαλύτερο καλάθι;

- (A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 30 (E) 32

5. $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}} = ?$

- (A) 2^{2011} (B) 2^{2012} (C) 2^{2013} (D) 1 (E) 2

6. Which of these expressions does not contain $b + 1$ as a factor?

Ποια από τις παραστάσεις δεν περιέχει το $b + 1$ ως παράγοντα;

- (A) $2b + 2$ (B) $b^2 - 1$ (C) $b^2 + b$ (D) $-1 - b$ (E) $b^2 + 1$

7. How many digits long is the result of the multiplication: $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$?
Από πόσα ψηφία αποτελείται ο αριθμός του γινομένου $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$;

- (A) 22 (B) 55 (C) 77 (D) 110 (E) 111

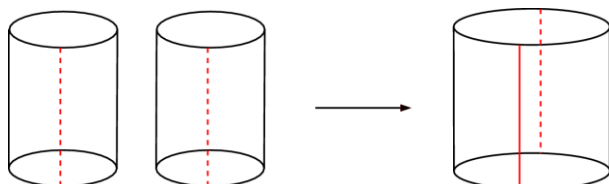
8. Handsome Harry has a secret email account that only four friends know. Today he received 8 emails in that account. Which of the following is certainly true?

Ο όμορφος Harry έχει ένα μυστικό λογαριασμό ηλεκτρονικού ταχυδρομείου(email) τον οποίο γνωρίζουν μόνο 4 φίλοι του. Σήμερα πήρε 8 email σε αυτό τον λογαριασμό. Ποιο από τα πιο κάτω είναι σίγουρα σωστό;

- (A) Harry received two emails from each friend.
Ο Harry πήρε δύο email από τον κάθε φίλο του.
(B) Harry cannot have received eight emails from one of his friends.
Ο Harry δεν μπορεί να πήρε οκτώ email από ένα από τους φίλους του.
(C) Harry received at least one email from each friend.
Ο Harry πήρε τουλάχιστο ένα email από τον κάθε φίλο του.
(D) Harry received at least two emails from one of his friends.
Ο Harry πήρε τουλάχιστο δύο email από ένα από τους φίλους του.
(E) Harry received at least two emails from two different friends.
Ο Harry πήρε τουλάχιστο δύο email από δύο διαφορετικούς φίλους του.

9. Two identical cylinders are cut open along the dotted lines and glued together to form one bigger cylinder - see figure. What can you say about the volume of the big cylinder compared to the volume of one small cylinder?

Δύο ίδιοι κύλινδροι κόβονται κατά μήκος των διακεκομμένων γραμμών και κολούνται μαζί για να κατασκευαστεί ένας μεγαλύτερος κύλινδρος. Τι μπορείς να πεις για τον όγκο του μεγάλου κυλίνδρου σε σύγκριση με τον όγκο ενός μικρού κυλίνδρου;



- (A) It has twice the volume.
Έχει διπλάσιο όγκο.
(B) It has 3 times the volume.
Έχει τριπλάσιο όγκο.
(C) It has π times the volume.
Έχει π φορές τον όγκο.
(D) It has 4 times the volume.
Έχει 4 φορές τον όγκο.
(E) It has 8 times the volume.
Έχει 8 φορές τον όγκο.

- 10.** In the number 2014 the digits are different and the last digit is greater than the sum of the other three digits. How many years ago did this occur the last time?

Στον αριθμό 2014 τα ψηφία είναι διαφορετικά και το τελευταίο ψηφίο είναι μεγαλύτερο από το άθροισμα των άλλων τριών ψηφίων. Πριν πόσα χρόνια ξανασυνέβηκε αυτό;

- (A) 5 (B) 215 (C) 305 (D) 395 (E) 485

4 point problems - θέματα 4 μονάδων

- 11.** The size of a rectangular box is $a \times b \times c$, with $a < b < c$. If you increase a or b or c by a given positive number, the volume of the box also increases. In which of the following cases is the increase of the volume of the box the greatest?

Το μέγεθος ενός ορθογωνίου κουτιού είναι $a \times b \times c$, με $a < b < c$. Αν αυξήσεις το a ή το b ή το c με ένα σταθερό θετικό αριθμό, ο όγκος του κουτιού αυξάνεται επίσης. Σε ποια περίπτωση από τις πιο κάτω η αύξηση του όγκου του κουτιού είναι μέγιστη;

- (A) If you increase a - Αν αυξήσεις το a
(B) If you increase b - Αν αυξήσεις το b
(C) If you increase c - Αν αυξήσεις το c
(D) The increase of the volume is the same in A), B), C)
 Η αύξηση του όγκου είναι η ίδια στα A), B), C).
(E) It depends on the values of a, b, c - Εξαρτάται από τις τιμές των a, b, c .

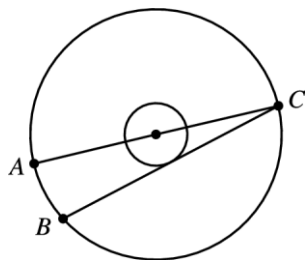
- 12.** In a football match, the winner gets 3 points, the loser gets 0 points, while in the case of a draw, each team gets 1 point. Four teams, A, B, C, D , take part in a football tournament. Each team plays three games: one against each other team. At the end of the tournament team A has 7 points and teams B and C have 4 points each. How many points does team D have?

Σε ένα αγώνα ποδοσφαίρου, ο νικητής παίρνει 3 μονάδες, ο χαμένος παίρνει 0 μονάδες, ενώ σε περίπτωση ισοπαλίας η κάθε ομάδα παίρνει 1 μονάδα. Τέσσερις ομάδες A, B, C, D , παίρνουν μέρος σε ένα πρωτάθλημα ποδοσφαίρου. Η κάθε ομάδα παίζει τρία παιχνίδια: η κάθε μια με τις άλλες ομάδες. Στο τέλος του πρωταθλήματος η ομάδα A έχει 7 μονάδες και οι ομάδες B και C έχουν από 4 μονάδες η κάθε μια. Πόσες μονάδες έχει η ομάδα D ;

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

- 13.** The radii of two concentric circles are in proportion 1 : 3. AC is a diameter of the big circle; BC is a chord of the big circle which is tangent to the smaller; and the length of AB is 12. Then the radius of the big circle is:

Οι ακτίνες δύο ομόκεντρων κύκλων έχουν λόγο 1 : 3. Η AC είναι η διάμετρος του μεγάλου κύκλου. Η BC είναι χορδή του μεγάλου κύκλου και εφαπτόμενη στο μικρό κύκλο. Το μήκος της AB είναι 12. Η ακτίνα του μεγάλου κύκλου είναι:



- (A) 13 (B) 18 (C) 21
(D) 24 (E) 26

- 14.** How many triples (a, b, c) of integers with $a > b > c > 1$ satisfy $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$?

Πόσες τριάδες ακεραίων (a, b, c) με $a > b > c > 1$ ικανοποιούν το $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$;

- (A) none – καμιά (B) 1 (C) 2 (D) 3
(E) infinitely many - άπειρες

- 15.** a, b, c are non zero numbers and n is a positive integer. It is known that the numbers $(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$ and $(-3)^{2n+2}a^{4n+1}b^{2n+5}c^{3n-4}$ have the same sign. Which of the following is definitely true?

Οι a, b, c είναι μη μηδενικοί αριθμοί και n είναι θετικός ακέραιος. Είναι γνωστό ότι οι αριθμοί

$(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$ και $(-3)^{2n+2}a^{4n+1}b^{2n+5}c^{3n-4}$ έχουν το ίδιο πρόσημο.

Ποιο από τα πιο κάτω είναι σίγουρα σωστό;

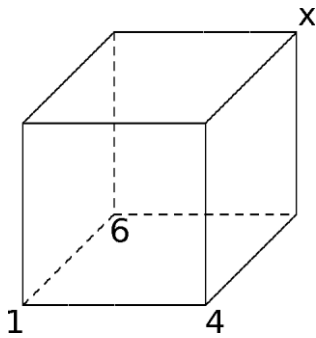
- (A) $a > 0$ (B) $b > 0$ (C) $c > 0$ (D) $a < 0$ (E) $b < 0$

- 16.** Six weeks have $n!$ seconds. $n = ?$
Έξι βδομάδες έχουν $n!$ δευτερόλεπτα. $n = ?$

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) 12

- 17.** The vertices of a cube are numbered 1 to 8 in such a way that the result of adding the four numbers of the vertices of a face is the same for all faces. Numbers 1, 4 and 6 are already set on some vertices as shown. What is the value of X ?

Οι κορυφές ενός κύβου αριθμούνται 1 μέχρι 8 με τέτοιο τρόπο ώστε το αποτέλεσμα πρόσθεσης των τεσσάρων αριθμών των κορυφών μιας έδρας είναι το ίδιο για όλες τις έδρες. Οι αριθμοί 1, 4 και 6 έχουν ήδη τοποθετηθεί σε κάποιες κορυφές όπως φαίνεται. Ποια η τιμή του X ;



- (A) 2 (B) 3 (C) 5
(D) 7 (E) 8

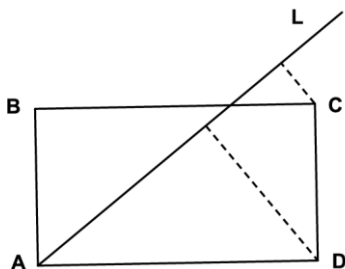
- 18.** The label on a package of cream cheese reads: 24 % total fat. The same label also reads: 64 % fat in dry matter. What is the percentage of water in this cheese?

Η ετικέτα σε ένα πακέτο με τυρί κρέμα δείχνει : 24% συνολικού λίπους. Η ίδια ετικέτα δείχνει επίσης: 64% λίπους σε ξηρή μορφή. Ποιο είναι το ποσοστό νερού στο τυρί αυτό;

- (A) 88 % (B) 62.5 % (C) 49 % (D) 42 % (E) 37.5 %

- 19.** Line L passes through the vertex A of a rectangle $ABCD$. The distance from point C to L is 2, and the distance from point D to L is 6. If AD is twice AB , find AD .

Η ευθεία γραμμή L περνά από την κορυφή A ενός ορθογωνίου $ABCD$. Η απόσταση του σημείου C από την ευθεία L είναι 2, και η απόσταση του σημείου D από την ευθεία L είναι 6. Αν η AD είναι διπλάσια της AB , να βρεθεί η AD .



- (A) 10 (B) 12 (C) 14
(D) 16 (E) $4\sqrt{3}$

- 20.** The function $f(x) = ax + b$ satisfies the equalities $f(f(f(1))) = 29$ and $f(f(f(0))) = 2$. What is the value of a ?

Η συνάρτηση $f(x) = ax + b$ ικανοποιεί τις εξισώσεις $f(f(f(1))) = 29$ και $f(f(f(0))) = 2$. Ποια η τιμή του a ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5 point problems - θέματα 5 μονάδων

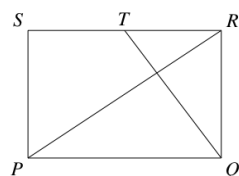
- 21.** There are 10 different positive integers, exactly 5 of them are divisible by 5 and exactly 7 of them are divisible by 7. Let M be the greatest of these 10 numbers. What is the minimum possible value of M ?

Υπάρχουν 10 διαφορετικοί θετικοί ακέραιοι, ακριβώς 5 από αυτούς να διαιρούνται με το 5 και ακριβώς 7 να διαιρούνται με το 7. Έστω M ο μεγαλύτερος από αυτούς τους 10 αριθμούς. Ποια είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή του M ;

- (A) 105 (B) 77 (C) 75 (D) 63
(E) none of these(κανένα από αυτά)

- 22.** $PQRS$ is a rectangle. T is the midpoint of RS . QT is perpendicular to the diagonal PR . What is the ratio $PQ:QR$?

Το $PQRS$ είναι ένα ορθογώνιο. Το T είναι το μέσο της RS . Η QT είναι κάθετη στη διαγώνιο PR . Ποιος είναι ο λόγος $PQ:QR$;



- (A) 2 : 1 (B) $\sqrt{3} : 1$ (C) 3 : 2 (D) $\sqrt{2} : 1$ (E) 5 : 4

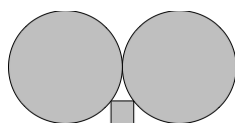
- 23.** There are 9 kangaroos called Greatkangs. They are coloured either silver or gold. When 3 Greatkangs meet by chance, there is a two in three chance that none of them is silver. How many Greatkangs are gold?

Υπάρχουν 9 Κανγκουρού που ονομάζονται ΜέγαΚανγκ . Έχουν χρώμα ασημί ή χρυσό. Όταν 3 ΜέγαΚανγκ συναντιόνται τυχαία, υπάρχει πιθανότητα δύο προς τρία κανένα να μην είναι ασημί. Πόσα ΜέγαΚανγκ είναι χρυσά;

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 8

- 24.** A square fits snugly between the horizontal line and two touching circles of radius 1. What is its side length of the square?

Ένα τετράγωνο χωράει ακριβώς μεταξύ μιας οριζόντιας ευθείας και δύο εφραπτόμενους κύκλους ακτίνας 1. Ποια είναι η πλευρά του τετραγώνου;



- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{2}$

- 25.** Tom wants to write several distinct positive integers, none of them exceeding 100. Their product should not be divisible by 54. At most how many integers can he write?

Ο Tom θέλει να γράψει μερικούς διαφορετικούς θετικούς ακέραιους, με κανένα να ξεπερνά το 100. Το γινόμενο τους δεν πρέπει να διαιρείται με το 54. Πόσους το πολύ ακέραιους μπορεί να γράψει;

(A) 8 (B) 17 (C) 68 (D) 69 (E) 90

- 26.** There are 2014 persons in a row. Each of them is either a liar (who always lies) or a knight (who always tells the truth). Each person says 'There are more liars to my left than knights to my right'. How many liars are there in the row?

Υπάρχουν 2014 άτομα σε μια σειρά. Ο καθένας είναι είτε ψεύτης (λέει πάντα ψέματα) , είτε ιππότης (λέει πάντα την αλήθεια). Ο καθένας λέει «Υπάρχουν περισσότεροι ψεύτες στα αριστερά μου από ιππότες στα δεξιά μου». Πόσοι ψεύτες υπάρχουν στη σειρά;

(A) 0 (B) 1 (C) 1007 (D) 1008 (E) 2014

- 27.** The equalities $k = (2014 + m)^{\frac{1}{n}} = 1024^{\frac{1}{n}} + 1$ are given for positive integers k, m, n . How many different values can the number m take?

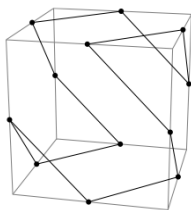
Οι εξισώσεις $k = (2014 + m)^{\frac{1}{n}} = 1024^{\frac{1}{n}} + 1$ ισχύουν για θετικούς ακέραιους k, m, n . Πόσες διαφορετικές τιμές μπορεί να έχει ο αριθμός m ;

(A) None - κανένα (B) 1 (C) 2 (D) 3

(E) Infinitely many - άπειρους

- 28.** The diagram shows a polygon whose vertices are the mid-points of the edges of a cube. An interior angle of the polygon is defined in the normal way: the angle between the two edges meeting at a vertex. What is the sum of all the interior angles of the polygon?

Το διάγραμμα δείχνει ένα πολύγωνο του οποίου οι κορυφές είναι τα μέσα των ακμών ενός κύβου. Μια εσωτερική γωνία του πολύγωνου ορίζεται με το συνηθη τρόπο: η γωνία μεταξύ των δύο ακμών που συναντιούνται σε κορυφή. Ποιο είναι το άθροισμα όλων των εσωτερικών γωνιών του πολυγώνου;



(A) 720 (B) 1080 (C) 1200
(D) 1440 (E) 1800

- 29.** The function $f: Z \rightarrow Z$ satisfies the conditions $f(4) = 6$ and $xf(x) = (x - 3)f(x + 1)$. What is the value of $f(4)f(7)f(10)\dots f(2011)f(2014)$?

Η συνάρτηση $f: Z \rightarrow Z$ ικανοποιεί τους όρους $f(4) = 6$ και $xf(x) = (x - 3)f(x + 1)$. Ποια η τιμή του $f(4)f(7)f(10)\dots f(2011)f(2014)$?

(A) 2013 (B) 2014 (C) $2013 \cdot 2014$ (D) $2013!$ (E) $2014!$

- 30.** In the forests of a magical island three kinds of animals roam: lions, wolves and goats. Wolves can eat goats, and lions can eat either wolves or goats. However, this being a magical island: If a wolf eats a goat, it turns into a lion. If a lion eats a goat, it turns into a wolf. If a lion eats a wolf, it turns into a goat. Originally, there were 17 goats, 55 wolves and 6 lions on the island. What is the highest possible number of animals remaining on the island after no more eating is possible to happen?

Στα δάση ενός μαγικού νησιού, βόσκουν τρία είδη ζώων: λιοντάρια, λύκοι και πρόβατα. Οι λύκοι μπορούν να φάνε τα πρόβατα, τα λιοντάρια μπορούν να φάνε είτε λύκους είτε πρόβατα. Όμως, επειδή αυτό είναι μαγικό νησί: Αν ο λύκος φάει ένα πρόβατο, μετατρέπεται σε λιοντάρι. Αν το λιοντάρι φάει ένα πρόβατο, μετατρέπεται σε λύκο. Αν το λιοντάρι φάει ένα λύκο, μετατρέπεται σε πρόβατο. Αρχικά υπήρχαν στο νησί 17 πρόβατα, 55 λύκοι και 6 λιοντάρια. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ζώων που θα μείνουν στο νησί μετά που δεν θα μπορεί πλέον να τρώει το ένα το άλλον.

(A) 1 (B) 6 (C) 17 (D) 23 (E) 35