KANGOUROU MATHEMATICS

LEVEL 7 – 8
Α΄ - Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

23 ΜΑΡΤΙΟΥ / MARCH 2013
10:00-11:15

Questions 1-10: 3 points
Questions 11-20: 4 points
Questions 21-30: 5 points

***3 point problems* (προβλήματα 3 μονάδων)**

1. In the picture, the big triangle is equilateral and has area 9. The lines are parallel to the sides and divide the sides into three equal parts. What is the area of the shaded part?
Στην εικόνα, το μεγάλο τρίγωνο είναι ισόπλευρο και έχει εμβαδό ίσο με 9. Οι γραμμές είναι παράλληλες προς τις πλευρές και διαιρούν τις πλευρές σε τρία ίσα μέρη. Ποιο είναι το εμβαδό του σκιασμένου μέρους;

(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

2. It is true that $\frac{1111}{101} = 11$. What is the value of $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303}$?

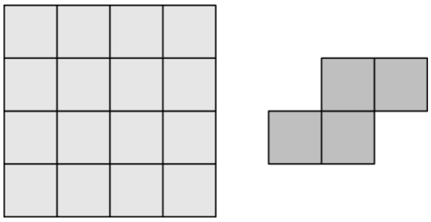
Αληθεύει ότι $\frac{1111}{101} = 11$. Ποια είναι η τιμή του $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303}$?

(A) 5 (B) 9 (C) 11 (D) 55 (E) 99

3. The masses of salt and fresh water in sea water in Protaras are in the ratio 7 : 193. How many kilograms of salt are there in 1000 kg of sea water?
Οι μάζες του αλατιού και του καθαρού νερού στη θάλασσα του Πρωταρά έχουν λόγο 7 : 193 . Πόσα κιλά αλάτι βρίσκεται σε 1000 κιλά θαλάσσιου νερού;

(A) 35 (B) 186 (C) 193 (D) 200 (E) 350

4. Ann has the square sheet of paper shown on the left. By cutting along the lines of the square, she cuts out copies of the shape shown on the right. What is the smallest possible number of cells (small squares) remaining?
Η Άννα έχει το τετράγωνο κομμάτι χαρτιού όπως φαίνεται στα αριστερά. Κόβοντας κατά μήκος των γραμμών που έχει το τετράγωνο, κόβει κομμάτια που έχουν σχήμα όπως αυτό που φαίνεται στα δεξιά. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός κυψελών(μικρών τετραγώνων) που μπορούν να περισσέψουν;



(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

5. Roo wants to tell Kanga a number with the product of its digits equal to 24. What is the sum of the digits of the smallest number that Roo could tell Kanga?
Ο Roo θέλει να πει στην Kanga ένα αριθμό που το γινόμενο των ψηφίων του να ισούται με 24. Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων του μικρότερου δυνατού αριθμού που ο Roo μπορεί να πει στην Kanga;

(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

6. A bag contains balls of five different colours. Two are red, three are blue, ten are white, four are green and three are black. Balls are taken from the bag without looking, and not returned. What is the smallest number of balls that should be taken from the bag to be sure that two balls of the same colour have been taken?
Μια σακούλα περιέχει μπάλες με πέντε διαφορετικά χρώματα. Δύο είναι κόκκινες, τρεις είναι μπλε, δέκα είναι λευκές, τέσσερεις είναι πράσινες και τρεις είναι μαύρες. Παίρνουμε μπάλες από την σακούλα χωρίς να τις βλέπουμε και χωρίς να τις βάζουμε πίσω. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός μπαλών που πρέπει να πάρουμε από τη σακούλα για να είμαστε σίγουροι ότι θα πάρουμε δύο μπάλες του ιδίου χρώματος;

(A) 2 (B) 12 (C) 10 (D) 5 (E) 6

7. Alex lights a candle every ten minutes. Each candle burns for 40 minutes and then goes out. How many candles are alight 55 minutes after Alex lit the first candle?
Ο Αλέξης ανάβει ένα κερί κάθε δέκα λεπτά. Το κάθε κερί καίει για 40 λεπτά και μετά σβήνει. Πόσα κεριά είναι αναμμένα 55 λεπτά μετά που ο Αλέξης ανάβει το πρώτο κερί;

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. The average number of children in five families cannot be
Ο μέσος όρος του αριθμού των παιδιών σε πέντε οικογένειες δεν μπορεί να είναι

(A) 0.2 (B) 1.2 (C) 2.2 (D) 2.4 (E) 2.5

9. Mark and Liza stand on opposite sides of a circular fountain. They then start to run clockwise round the fountain. Mark's speed is 9/8 of Liza's speed. How many rounds has Liza completed when Mark catches up with her for the first time?
Ο Mark και η Liza στέκονται σε εκ διαμέτρου αντίθετα σημεία ενός κυκλικού σιντριβανιού. Μετά ξεκινούν να τρέχουν δεξιόστροφα γύρω από το σιντριβάνι. Η ταχύτητα του Mark είναι 9/8 αυτής της Lizas. Πόσες περιστροφές συμπλήρωσε η Liza όταν ο Mark την φτάνει για πρώτη φορά;

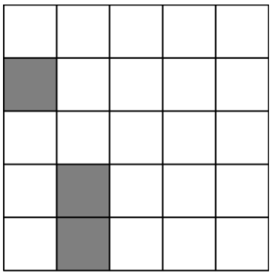
(A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 2 (E) 72

10. The positive integers x, y and z satisfy $x \times y = 14$, $y \times z = 10$ and $z \times x = 35$. What is the value of $x + y + z$?
Οι θετικοί ακέραιοι x, y και z ικανοποιούν τις σχέσεις $x \times y = 14$, $y \times z = 10$ και $z \times x = 35$. Ποια η τιμή του $x + y + z$;

(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

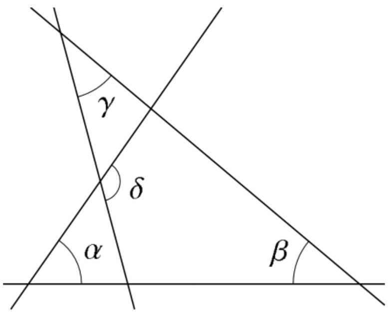
4 point problems **(προβλήματα 4 μονάδων)**

11. Carina and a friend are playing a game of "battleships" on a 5×5 board. Carina has already placed two ships as shown. She still has to place a 3×1 ship so that it covers exactly three cells. No two ships can have a point in common. How many positions are there for her 3×1 ship?
Η Carina και ένα φίλος της παίζουν ένα παιχνίδι «πολεμικών πλοίων» σε ένα πίνακα 5 Χ 5. Η Carina έχει τοποθετήσει ήδη δύο πλοία όπως φαίνεται στο σχήμα. Έχει ακόμη να τοποθετήσει ένα πλοίο 3 Χ 1 ώστε να καλύπτει ακριβώς τρία τετραγωνάκια. Τα πλοία δεν μπορούν να έχουν κοινό σημείο. Πόσες θέσεις υπάρχουν για το 3 Χ 1 πλοίο της;



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

12. In the diagram, $\alpha = 55°$, $\beta = 40°$ and $\gamma = 35°$. What is the value of δ?
Στο διάγραμμα, $\alpha = 55°$, $\beta = 40°$ και $\gamma = 35°$. Ποια η τιμή της δ?

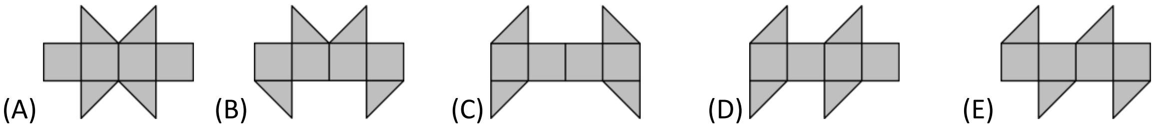


(A) $100°$ (B) $105°$ (C) $120°$ (D) $125°$ (E) $130°$

13. The perimeter of a trapezium is 5 and the lengths of its sides are integers. What are the smallest two angles of the trapezium?
Η περίμετρος ενός τραπεζίου είναι 5 και τα μήκη των πλευρών του είναι ακέραιοι αριθμοί. Ποιες είναι οι δύο μικρότερες γωνίες του τραπεζίου;

(A) $30°$ & $30°$ (B) $60°$ & $60°$ (C) $45°$ & $45°$ (D) $30°$ & $60°$ (E) $45°$ & $90°$

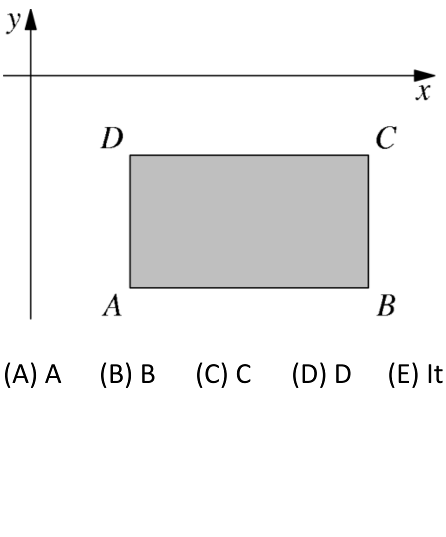
14. One of the following nets cannot be folded to form a cube. Which one?
Ένα από τα πιο κάτω δίκτυα δεν μπορεί να διπλωθεί για να σχηματίσει κύβο. Ποιο είναι αυτό;



15. Vasya wrote down several consecutive integers. Which of the following could not be the percentage of odd numbers among them?
Η Vasya έγγραψε μερικούς διαδοχικούς ακέραιους αριθμούς. Ποιό από τα παρακάτω δεν θα μπορούσε να είναι το ποσοστό των περιττών αριθμών μεταξύ τους;

(A) 40 (B) 45 (C) 48 (D) 50 (E) 60

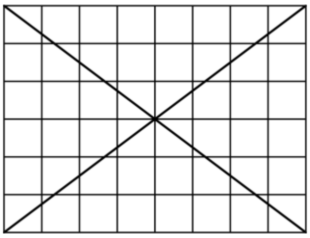
16. The edges of rectangle $ABCD$ are parallel to the coordinate-axes. $ABCD$ lies below the x-axis and to the right of the y-axis, as shown in the figure. The coordinates of the four points A, B, C and D are all integers. For each of these points we calculate the value y-coordinate $\div$ x-coordinate. Which of the four points gives the least value?
Οι πλευρές του ορθογωνίου $ABCD$ είναι παράλληλες προς τους άξονες συντεταγμένων. $ABCD$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα x και δεξιά του άξονα y, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι συντεταγμένες των τεσσάρων σημείων A, B, C και D είναι όλοι ακέραιοι αριθμοί. Για κάθε ένα από αυτά τα σημεία υπολογίζουμε τη τιμή της συντεταγμένης-y $\div$ συντεταγμένη x.
Ποιο από τα τέσσερα σημεία δίνει την μικρότερη τιμή;



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) It depends on the rectangle(εξαρτάται από το ορθογώνιο).

17. All 4-digit positive integers with the same four digits as in the number 2013 are written on the blackboard in an increasing order. What is the largest possible difference between two neighbouring numbers on the blackboard?
Όλοι οι τετραψήφιοι ακέραιοι με τα ίδια ψηφία όπως τον αριθμό 2013 γράφονται στον πίνακα σε αύξουσα σειρά. Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή διαφορά μεταξύ δύο γειτονικών αριθμών στον πίνακα;
(A) 702 (B) 703 (C) 693 (D) 793 (E) 198

18. In the 6×8 grid shown, 24 of the cells are not intersected by either diagonal.
Στον τετραγωνισμένο πίνακα 6 Χ 8 όπως φαίνεται,24 από τα τετραγωνάκια δεν τέμνονται από καμιά διαγώνιο.



When the diagonals of a 6×10 grid are drawn, how many of the cells are not intersected by either diagonal?
Όταν οι διαγώνιοι ενός 6 Χ 10 τετραγωνισμένου πίνακα σχεδιαστούν, πόσα από τα τετραγωνάκια δεν τέμνονται από καμιά διαγώνιο;
(A) 28 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 32

19. The final of the local football championship was a match full of goals.
There were 6 goals in the first half and the guest team was leading after the first half.
After the home team scored 3 goals in the second half, they won the game.
How many goals did the home team score altogether?
Ο τελικός του τοπικού πρωταθλήματος ποδοσφαίρου ήταν ένα παιχνίδι γεμάτο με γκολ.
Το πρώτο ημίχρονο πέτυχαν και οι δύο ομάδες 6 γκολ και η φιλοξενούμενη ομάδα προηγείτο στο σκορ. Μετά που η τοπική ομάδα έβαλε 3 γκολ στο δεύτερο ημίχρονο, κέρδισαν το παιχνίδι. Πόσα συνολικά γκολ έβαλε η τοπική ομάδα;

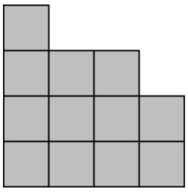
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

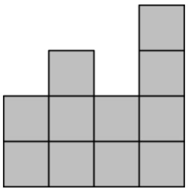
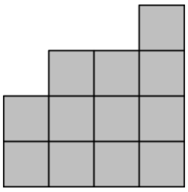
BACK

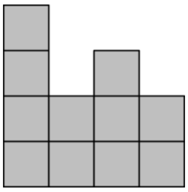
4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

20. FRONT

John has made a building of cubes standing on a 4×4 grid. The diagram shows the number of cubes standing from the front side. When John looks from the back, what does he see?
Ο John κατασκεύασε ένα κτήριο με κύβους σε ένα πλέγμα 4×4 . Το διάγραμμα δείχνει τους κύβους που στέκονται από την μπροστινή όψη. Όταν ο John κοιτάξει από την πίσω πλευρά, τι θα δει;

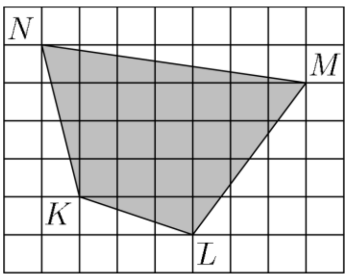


(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) none of the above (κανένα από τα πιο πάνω)

5 point problems **(προβλήματα 5 μονάδων)**

21. The diagram shows a shaded quadrilateral $KLMN$ drawn on a grid. Each cell of the grid has sides of length 2 cm. What is the area of $KLMN$?
Το διάγραμμα δείχνει ένα σκιαγραφημένο τετράπλευρο KLMN σχεδιασμένο σε πλέγμα. Το κάθε τετραγωνάκι του πλέγματος έχει μήκος 2 cm. Ποιο είναι το εμβαδό του KLMN;



(A) 96 cm^2 (B) 84 cm^2 (C) 76 cm^2 (D) 88 cm^2 (E) 104 cm^2

22. Let S be the number of perfect squares among the integers from 1 to 2013^6. Let Q be the number of perfect cubes among the same integers. Then it is true that
Έστω S ο αριθμός των τέλειων τετραγώνων μεταξύ των ακεραίων από 1 μέχρι το 2013^6.
Έστω Q ο αριθμός των τέλειων κύβων μεταξύ των ίδιων ακεραίων. Τότε ισχύει

(A) $S = Q$ (B) $2S = 3Q$ (C) $3S = 2Q$ (D) $S = 2013Q$ (E) $S^3 = Q^2$

23. John chooses a 5-digit positive integer and deletes one of its digits to make a 4-digit number. The sum of this 4-digit number and the original 5-digit number is 52713. What is the sum of the digits of the original 5-digit number?
Ο John επιλέγει ένα πενταψήφιο ακέραιο αριθμό και διαγράφει ένα ψηφίο για να τον κάνει τετραψήφιο. Το άθροισμα αυτού του τετραψήφιου και του αρχικού πενταψήφιου είναι 52713. Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων του αρχικού πενταψήφιου αριθμού;

(A) 26 (B) 20 (C) 23 (D) 19 (E) 17

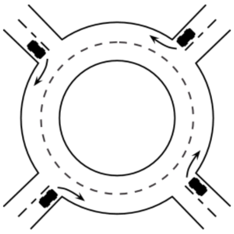
24. A gardener wants to plant twenty trees (maples and lindens) along an avenue in the park. The number of trees between any two maples must not be equal to three. Of these twenty trees, what is the greatest number of maples that the gardener can plant?
Ένας κηπουρός θέλει να φυτέψει είκοσι δέντρα (λεμονιές και πορτοκαλιές) κατά μήκος μιας λεωφόρου σε ένα πάρκο. Ο αριθμός των δέντρων μεταξύ οποιονδήποτε δύο λεμονιών δεν πρέπει να ισούται με τρείς. Από αυτά τα είκοσι δένδρα, ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός λεμονιών που μπορεί να φυτέψει ο κηπουρός;

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

25. Andrew and Daniel recently took part in a marathon. After they had finished, they noticed that Andrew finished ahead of twice as many runners as finished ahead of Daniel, and that Daniel finished ahead of 1,5 times as many runners as finished ahead of Andrew. Andrew finished in 21st place. How many runners took part in the marathon?
Ο Andrew και Daniel έλαβαν μέρος σε ένα Μαραθώνιο. Μετά που τερμάτισαν, παρατήρησαν ότι ο Andrew τερμάτισε μπροστά από διπλάσιους δρομείς από όσους τερμάτισαν μπροστά από τον Daniel, και ο Daniel τερμάτισε μπροστά από 1,5 φορά περισσότερους δρομείς από όσους τερμάτισαν μπροστά από τον Andrew. Ο Andrew τερμάτισε στην $21^η$ θέση. Πόσοι δρομείς έλαβαν μέρος στο Μαραθώνιο.

(A) 31 (B) 41 (C) 51 (D) 61 (E) 81

26. Four cars enter a roundabout at the same time, each one from a different entrance, as shown in the diagram. Each of the cars drives less than once round the roundabout, and no two cars leave the roundabout in the same exit. How many different ways are there for the cars to exit the roundabout?
Τέσσερα αυτοκίνητα εισέρχονται σε κυκλοφοριακό κόμβο την ίδια στιγμή, το καθένα από διαφορετική είσοδο, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Το κάθε αυτοκίνητο κινείται λιγότερο από μια στροφή στον κυκλοφοριακό κόμβο, και δεν υπάρχουν δύο αυτοκίνητα που να εξέρχονται στην ίδια έξοδο. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν τα αυτοκίνητα να εξέλθουν από τον κυκλοφοριακό κόμβο;



(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 24 (E) 81

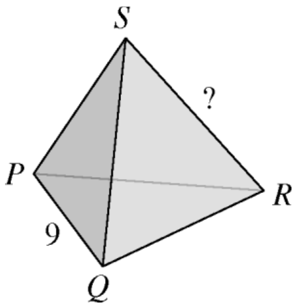
27. A sequence starts $1, -1, -1, 1, -1$. After the fifth term, every term is equal to the product of the two preceding terms. For example, the sixth term is equal to the product of the fourth term and the fifth term. What is the sum of the first 2013 terms?
Μια ακολουθία αρχίζει 1, -1, -1, 1, -1. Μετά τον πέμπτο όρο, ο κάθε όρος ισούται με το γινόμενο των δύο προηγούμενων όρων. Για παράδειγμα, ο έκτος όρος ισούται με το γινόμενο του τέταρτου όρου και του πέμπτου όρου. Ποιο είναι το άθροισμα των πρώτων 2013 όρων;

(A) -1006 (B) -671 (C) 0 (D) 671 (E) 1007

28. Ria bakes six raspberry pies one after the other, numbering them 1 to 6 in order, with the first being number 1. Whilst she is doing this, her children sometimes run into the kitchen and eat the hottest pie. Which of the following could not be the order in which the pies are eaten?
Η Ria ψήνει έξι μηλόπιτες την μια μετά την άλλη, αριθμώντας τις 1 μέχρι 6 σε σειρά, με την πρώτη να είναι ο αριθμός 1. Ενώ το κάνει αυτό, τα παιδιά της τρέχουν κάποτε στην κουζίνα και τρώνε την πιο ζεστή μηλόπιτα. Ποιο από τα πιο κάτω δεν μπορεί να είναι η σειρά με την οποία οι μηλόπιτες φαγώθηκαν;

(A) 123456 (B) 125436 (C) 325461 (D) 456231 (E) 654321

29. Each of the four vertices and six edges of a tetrahedron is marked with one of the ten numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 and 11 (number 10 is omitted). Each number is used exactly once. For any two vertices of the tetrahedron, the sum of two numbers at these vertices is equal to the number on the edge connecting these two vertices. The edge PQ is marked with the number 9. Which number is used to mark edge RS?
Η κάθε μια από τις τέσσερεις κορυφές και έξι ακμές του τετράεδρου σημειώνεται με ένα από τους αριθμούς 1, 2,3,4,5,6,7,8,9 και 11 (ο αριθμός 10 παραλείπεται). Ο κάθε αριθμός χρησιμοποιείται μόνο μια φορά. Για οποιεσδήποτε δύο κορυφές του τετραέδρου, το άθροισμα των δύο αριθμών των κορυφών ισούται με τον αριθμό της ακμής που ενώνει τις δύο κορυφές. Η ακμή PQ σημειώθηκε με τον αριθμό 9. Με ποιόν αριθμό σημειώθηκε η ακμή RS;



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 11

30. A positive integer N is smaller than the sum of its three greatest divisors (naturally, excluding N itself). Which of the following statements is true?

(A) All such N are divisible by 4. (B) All such N are divisible by 5. (C) All such N are divisible by 6. (D) All such N are divisible by 7. (E) There is no such N.

Ένας θετικός ακέραιος N είναι μικρότερος από το άθροισμα των τριών μεγαλύτερων διαιρετών του(φυσικά αποκλείοντας τον εαυτό του N). Ποιο από τα πιο κάτω ισχύει;

(A) Όλα αυτά τα N διαιρούνται με το 4. (B) Όλα αυτά τα N διαιρούνται με το 5. (C) Όλα αυτά τα N διαιρούνται με το 6. (D) Όλα αυτά N διαιρούνται με το 7. (E) Δεν υπάρχει τέτοιο N.