

KANGOUROU MATHEMATICS

LEVEL 9 – 10
Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ - Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

23 ΜΑΡΤΙΟΥ / MARCH 2013
10:00-11:15

Questions 1-10: 3 points
Questions 11-20: 4 points
Questions 21-30: 5 points

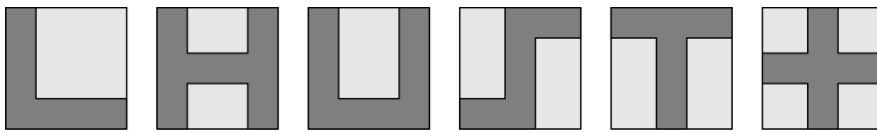
3 point problems (προβλήματα 3 μονάδων)

1. The number 200013 – 2013 is not divisible by
Ο αριθμός 200013 – 2013 δεν διαιρείται με

(A) 2. (B) 3. (C) 5. (D) 7. (E) 11.

2. Mary drew six identical squares, each containing a shaded region. How many of the regions have perimeter equal in length to the perimeter of one of the squares?

Η Mary σχεδίασε έξι πανομοιότυπα τετράγωνα, το καθένα έχοντας σκιαγραφημένο κομμάτι. Πόσα από τα σκιαγραφημένα κομμάτια έχουν περίμετρο ίση με την περίμετρο ενός τετραγώνου;



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3. Mrs. Margareth bought 4 cobs of corn for each person in her family, which has four members. She got the discount shown in the sign. How much did she pay?

Η κυρία Margareth αγόρασε 4 στάχυα από καλαμπόκι για κάθε άτομο στην οικογένεια της, η οποία αποτελείται από τέσσερα μέλη. Πήρε έκπτωση όση φαίνεται στην πινακίδα. Πόσα πλήρωσε;

Corn sale
1 cob 20 cents
every sixth cob is free

Ξεπούλημα Καλαμπόκι
1 στάχυ 20 σεντς
Το έκτο στάχυ δωρεάν

(A) 0,80 EURO (B) 1,20 EURO (C) 2,80 EURO (D) 3,20 EURO (E) 80 EURO

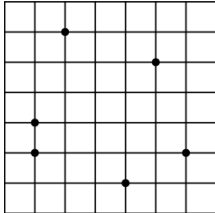
4. Three of the numbers 2, 4, 16, 25, 50, 125 have product 1000. What is the sum of those three numbers?

Τρεις από τους αριθμούς 2, 4, 16, 25, 50, 125 έχουν γινόμενο 1000. Ποιο είναι το άθροισμα αυτών των τριών αριθμών;

(A) 70 (B) 77 (C) 131 (D) 143 (E) 145

5. Six points are marked on a square grid with cells of size 1×1 , as shown. Kanga wants to choose three of the marked points to be the vertices of a triangle. What is the smallest possible area of such a triangle?

Έξι σημεία έχουν σημειωθεί σε τετράγωνο πλαίσιο με τετραγωνάκια μεγέθους 1×1 , όπως φαίνεται. Η Kanga θέλει να επιλέξει τρία από τα σημειωμένα σημεία για να είναι κορυφές τριγώνου. Ποιο είναι το ελάχιστο δυνατό εμβαδό τέτοιου τριγώνου;



- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 (E) 2

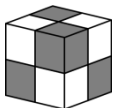
6. Which of the following is equal to $4^{15} + 8^{10}$?

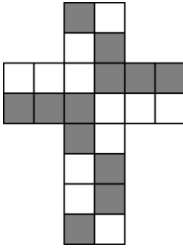
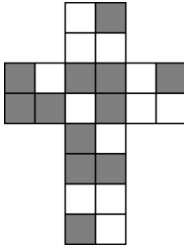
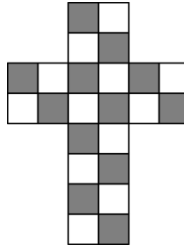
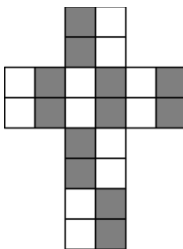
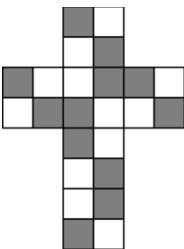
Ποιο από τα πιο κάτω ισούται με $4^{15} + 8^{10}$;

- (A) 2^{10} (B) 2^{15} (C) 2^{20} (D) 2^{30} (E) 2^{31}

7. The outside of a cube is painted with grey and white squares in such a way that it appears as if it was built using smaller grey cubes and white cubes, as shown. Which of the following could be a net of the painted cube?

Η επιφάνεια ενός κύβου χρωματίζεται με γκριζα και άσπρα τετράγωνα ώστε να φαίνεται ότι φτιάχτηκε χρησιμοποιώντας μικρότερους γκριζους κύβους και άσπρους κύβους, όπως φαίνεται. Ποιο από τα πιο κάτω μπορεί να είναι το πλαίσιο του χρωματισμένου κύβου;



- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 
- (E) 

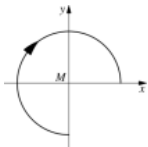
8. The number n is the largest positive integer for which $4n$ is a 3-digit number, and m is the smallest positive integer for which $4m$ is a 3-digit number. What is the value of $4n - 4m$?

Ο αριθμός n είναι ο μεγαλύτερος θετικός ακέραιος για τον οποίο ο $4n$ είναι τριψήφιος αριθμός, και ο m είναι ο μικρότερος θετικός ακέραιος για τον οποίο ο $4m$ είναι τριψήφιος αριθμός. Ποια η τιμή του $4n - 4m$;

- (A) 900 (B) 899 (C) 896 (D) 225 (E) 224

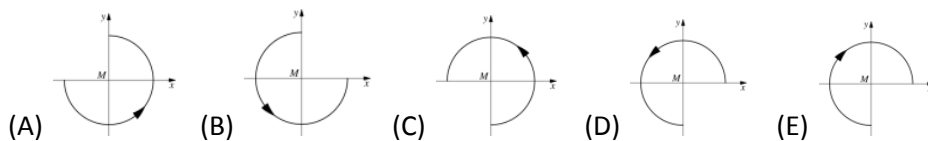
9. The three-quarter circle shown, with center M and orientation arrow, is first rotated anticlockwise by 90° around M and then reflected in the x -axis.

Ο τρίτα-τέταρτα κύκλος όπως φαίνεται, με κέντρο M και με θέση όπως καθορίζεται από το τόξο, πρώτα περιστρέφεται αριστερόστροφα για 90° γύρω από το M και μετά αντανακλάτε στον άξονα X .



Which of the following shows the end result of these transformations?

Ποιο από τα πιο κάτω δείχνει το τελικό αποτέλεσμα μετά τον μετασχηματισμό;



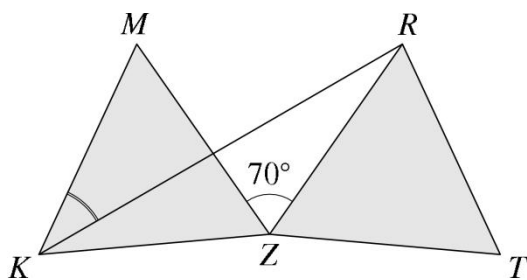
10. Which of the following has the largest value? Ποιο από τα πιο κάτω έχει την μεγαλύτερη τιμή;

- (A) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$ (B) $\sqrt{20} \cdot 13$ (C) $20 \cdot \sqrt{13}$ (D) $\sqrt{201} \cdot 3$ (E) $\sqrt{2013}$

4 point problems (προβλήματα 4 μονάδων)

11. Triangle RZT is the image of the equilateral triangle KZM upon rotation by 70° clockwise around Z . What is the size of the angle $\angle RKM$?

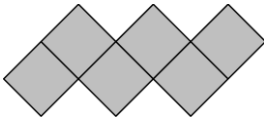
Το τρίγωνο RZT είναι το είδωλο του ισόπλευρου τριγώνου KZM μετά από δεξιόστροφη περιστροφή 70° γύρω από το Z . Ποια η τιμή της γωνίας $\angle RKM$?



- (A) 20° (B) 25° (C) 30° (D) 35° (E) 40°

12. The diagram shows a shape made from six squares, each measuring 1 cm by 1 cm. The shape has perimeter of length 14 cm. The zigzag shape is continued until it has 2013 squares. What is the length of the perimeter of the new shape?

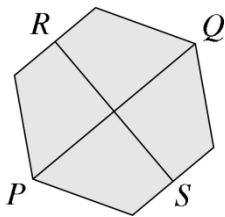
Το διάγραμμα δείχνει ένα σχήμα κατασκευασμένο από έξι τετράγωνα, τα καθένα με διαστάσεις 1 cm επί 1 cm. Το σχήμα έχει περίμετρο 14 cm. Το ΖικΖακ σχήμα συνεχίζει μέχρι να έχει 2013 τετράγωνα. Ποια είναι η περίμετρος του νέου σχήματος;



- (A) 2022 (B) 4028 (C) 4032 (D) 6038 (E) 8050

13. The points P and Q are opposite vertices of a regular hexagon and the points R and S are midpoints of opposite edges, as shown. The area of the hexagon is 60 cm^2 . What is the product of the lengths of PQ and RS ?

Τα σημεία P και Q είναι απέναντι κορυφές ενός κανονικού εξαγώνου και τα σημεία R και S είναι τα μέσα απέναντι πλευρών, όπως φαίνεται. Το εμβαδόν του εξαγώνου είναι 60 cm^2 . Ποιο είναι το γινόμενο των τμημάτων PQ και RS ;



- (A) 40 cm^2 (B) 50 cm^2 (C) 60 cm^2 (D) 80 cm^2 (E) 100 cm^2

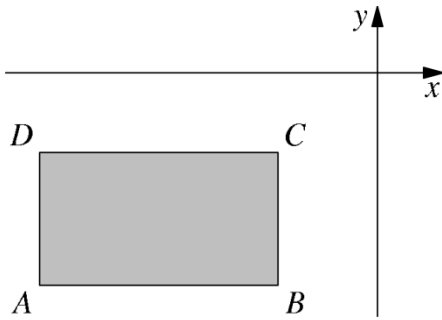
14. A class of students had a test. If each boy had got 3 points more for the test, then the average result of the class would had been 1,2 points higher. What percentage of the class are girls?

Μια τάξη από μαθητές είχε ένα διαγώνισμα. Αν το κάθε αγόρι είχε πάρει 3 μονάδες περισσότερες στο διαγώνισμα, τότε ο μέσος όρος της τάξης θα ήταν 1,2 μονάδες μεγαλύτερος. Ποιο ποσοστό της τάξης είναι κορίτσια;

- (A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50 (E) 60

15. The rectangle $ABCD$ lies below the x -axis, and to the left of the y -axis. The edges of the rectangle are parallel to the coordinate axes. For each point A, B, C, D , the y -coordinate is divided by the x -coordinate. Which of the points yields the smallest value from this calculation?

Το ορθογώνιο $ABCD$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα x , και στα αριστερά του άξονα y . Οι πλευρές του ορθογωνίου είναι παράλληλες προς τους άξονες συντεταγμένων. Για κάθε σημείο A, B, C, D , η συντεταγμένη y διαιρείται με τη συντεταγμένη x . Ποιο από τα σημεία δίνει το μικρότερο αποτέλεσμα από αυτό τον υπολογισμό ;



- (A) A (B) B (C) C
(D) D (E) It depends on the size of the rectangle(εξαρτάται από το μέγεθος του ορθογωνίου).

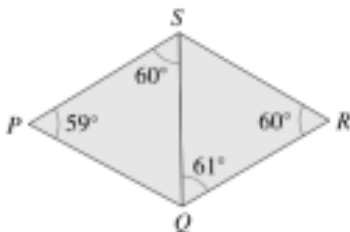
16. On John's birthday this year, he multiplied his age by his son's age and correctly obtained the answer 2013. In which year was John born?

Στα γενέθλια του ο John φέτος πολλαπλασίασε την ηλικία του με την ηλικία του γιού του και βρήκε το σωστό αποτέλεσμα 2013. Ποιο έτος γεννήθηκε ο John;

- (A) 1981 (B) 1982 (C) 1953
(D) 1952 (E) More information is needed(χρειάζονται περισσότερες πληροφορίες).

17. In triangle PQR , angle $PQR = 59^\circ$ and angle $RPQ = 60^\circ$. In triangle PRS , angle $PRS = 61^\circ$ and angle $RSP = 60^\circ$, as shown. Which of the following line segments is the longest?

Στο τρίγωνο PQR , η γωνία $PQR = 59^\circ$ και η γωνία $RPQ = 60^\circ$. Στο τρίγωνο PRS , η γωνία $PRS = 61^\circ$ και η γωνία $RSP = 60^\circ$, όπως φαίνεται. Ποιο από τα πιο κάτω ευθύγραμμα τμήματα είναι το μεγαλύτερο;



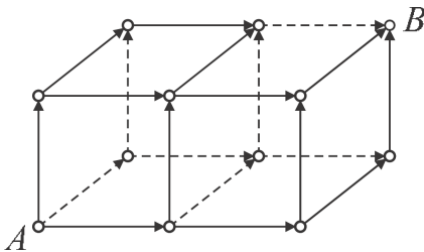
- (A) PS (B) RS (C) QS (D) QR (E) PQ

18. Ivana wants to write down a set of five consecutive integers with the property that three of them have the same sum as the other two. How many different sets of five numbers can she write down?
Η Ivana θέλει να γράψει ένα σύνολο πέντε διαδοχικών ακεραίων αριθμών με την ιδιότητα ότι τρεις από αυτούς έχουν το ίδιο άθροισμα όπως οι άλλοι δύο. Πόσα διαφορετικά σύνολα πέντε αριθμών μπορεί να γράψει;

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

19. How many different paths are there between points A and B , only travelling along the edges in the direction of the arrows shown?

Πόσες διαφορετικές διαδρομές υπάρχουν μεταξύ των σημείων A και B , με μετακίνηση μόνο πάνω στις ακμές στην κατεύθυνση των βελών όπως φαίνεται;



- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 15

20. Roo wants to find a six-digit number, the sum of whose digits is even, and the product of whose digits is odd. Which of the following statements about such a number is correct?

- (A) Either two or four of the digits are even.
(B) Such a number cannot exist.
(C) There is an odd number of odd digits.
(D) All six digits can be different.
(E) None of A to D is correct.

Ο Roo θέλει να βρει ένα εξαψήφιο αριθμό, που το άθροισμα των ψηφίων του να είναι άρτιος αριθμός, και το γινόμενο των ψηφίων του να είναι περιττός αριθμός. Ποιά από τις πιο κάτω προτάσεις για ένα τέτοιο αριθμό είναι σωστή;

- (A) Δύο ή τέσσερα από τα ψηφία του είναι άρτιοι αριθμοί.
(B) Τέτοιος αριθμός δεν μπορεί να υπάρξει.
(C) Υπάρχει ένας περιττός αριθμός περιττών ψηφίων.
(D) Όλα τα έξι ψηφία μπορούν να είναι διαφορετικά.
(E) Κανένα από τα A μέχρι D είναι σωστό.

5 point problems (προβλήματα 5 μονάδων)

21. The number $\frac{1}{1024000}$ is written as a decimal with the smallest possible number of digits.

How many digits appear after the decimal point?

Ο αριθμός $\frac{1}{1024000}$ γράφεται ως δεκαδικός με τον μικρότερο δυνατό αριθμό ψηφίων.

Πόσα ψηφία εμφανίζονται μετά την υποδιαστολή;

(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 1024000

22. How many positive integers are multiples of 2013 and have exactly 2013 divisors (including 1 and the number itself)?

Πόσοι θετικοί ακέραιοι αριθμοί είναι πολλαπλάσιοι του 2013 και έχουν ακριβώς 2013 διαιρέτες (συμπεριλαμβανομένου του 1 και του εαυτού του);

(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 6 (E) other(άλλο)

23. Several non-overlapping isosceles triangles have vertex O in common.

Every triangle shares an edge with each immediate neighbour.

The smallest angle of a triangle at O has size m° , where m is a positive integer.

The other triangles have angles at O of size $2m^\circ$, $3m^\circ$, $4m^\circ$, and so on.

The diagram shows an arrangement of five such triangles.

What is the smallest value of m for which such a set of triangles exists?

Μερικά ισοσκελή τρίγωνα χωρίς επικάλυψη έχουν κοινή κορυφή O .

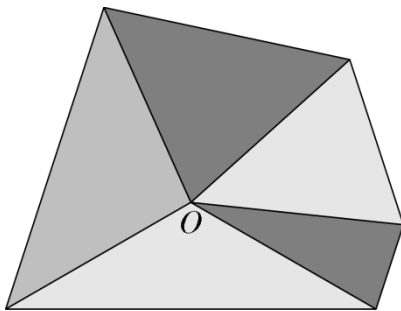
Κάθε τρίγωνο έχει κοινή ακμή με κάθε διπλανό του τρίγωνο.

Η μικρότερη γωνία του τριγώνου στο O έχει μέγεθος m° , όπου το m είναι θετικός ακέραιος αριθμός.

Τα άλλα τρίγωνα έχουν γωνίες στο O μεγέθους $2m^\circ$, $3m^\circ$, $4m^\circ$, και ούτω καθεξής.

Το διάγραμμα δείχνει μια διάταξη πέντε τέτοιων τριγώνων.

Ποιά είναι η μικρότερη τιμή του m για το οποίο τέτοιο σύνολο τριγώνων υπάρχει;



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 8

24. Julio creates a procedure for turning a set of three numbers into a new set of three numbers: each number is replaced by the sum of the other two. For example, $\{3, 4, 6\}$ becomes $\{10, 9, 7\}$. How many times must Julio apply this procedure to the set $\{1, 2, 3\}$ before he first obtains a set containing the number 2013?

Ο Julio δημιουργεί μια διαδικασία για να μετατρέπει ένα σύνολο τριών αριθμών σε ένα νέο σύνολο τριών αριθμών : ο κάθε αριθμός αντικαθίσταται με το άθροισμα των άλλων δύο. Για παράδειγμα , $\{3, 4, 6\}$ μετατρέπεται σε $\{10, 9, 7\}$. Πόσες φορές θα πρέπει ο Julio να εφαρμόσει αυτή τη διαδικασία στο σύνολο $\{1, 2, 3\}$ μέχρι να πάρει για πρώτη φορά ένα σύνολο που να περιέχει τον αριθμό 2013;

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) more than 10 (E) 2013 will never appear (δεν θα εμφανιστεί ποτέ)

25. The numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 are to be written around a circle in some order. Then each number will be added to its two immediate neighbours to obtain ten new numbers. What is the largest possible value of the smallest of these new numbers?

Οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 θα γραφούν γύρω από κύκλο σε μια σειρά. Μετά ο κάθε αριθμός θα προστεθεί στους δύο άμεσους γειτονικούς αριθμούς για να πάρει δέκα νέους αριθμούς. Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή του μικρότερου από αυτούς τους νέους αριθμούς;

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

26. Using the integer numbers from 1 to 22 inclusive, Horatio wants to form eleven fractions by choosing one number as the numerator, and one number as the denominator. Every number will be used exactly once. What is the maximum number of Horatio's fractions that could have an integer value?

Χρησιμοποιώντας ακέραιους αριθμούς από το 1 μέχρι το 22 συμπεριλαμβανομένων, ο Horatio θέλει να κατασκευάσει έντεκα κλάσματα επιλέγοντας ένα αριθμό στον αριθμητή και ένα αριθμό στον παρονομαστή. Ο κάθε αριθμός θα χρησιμοποιηθεί ακριβώς μια φορά. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός κλασμάτων του Horatio τα οποία θα έχουν ακέραια τιμή;

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

27. A regular 13-sided polygon is inscribed in a circle with centre O . Triangles can be formed by choosing three vertices of this polygon to be the vertices of the triangle. How many of the triangles that can be formed in this way have the point O inside?

Ένα κανονικό πολύγωνο με 13 πλευρές είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο το O . Τρίγωνα μπορούν να κατασκευαστούν επιλέγοντας τρεις κορυφές αυτού του πολύγωνου ώστε να είναι κορυφές του τριγώνου. Πόσα τέτοια τρίγωνα μπορούν να κατασκευαστούν με αυτό τον τρόπο περιέχοντας το σημείο O ;

(A) 72 (B) 85 (C) 91 (D) 100 (E) other value

28. A car left point S and drove along a straight road at a speed of 50 km/h. Then every hour another car left S ; each car was 1 km/h faster than the previous one. The last car (at a speed of 100 km/h) left 50 hours after the first one. What was the speed of the car which was in front of all the other cars 100 hours after the first car left S ?

Ένα αυτοκίνητο ξεκίνησε από το σημείο S και κινήθηκε κατά μήκος ευθύγραμμου δρόμου με ταχύτητα 50 km/h. Μετά, κάθε μια ώρα ακόμη ένα αυτοκίνητο ξεκινούσε από το σημείο S ; το κάθε αυτοκίνητο ήταν γρηγορότερο κατά 1 km/h από το προηγούμενο. Το τελευταίο αυτοκίνητο (με ταχύτητα 100 km/h) έφυγε 50 ώρες μετά το πρώτο. Ποια ήταν η ταχύτητα του αυτοκινήτου το οποίο ξεπέρασε όλα τα άλλα αυτοκίνητα 100 ώρες μετά που ξεκίνησε το πρώτο αυτοκίνητο από το σημείο S ?

(A) 50 km/h (B) 66 km/h (C) 75 km/h (D) 84 km/h (E) 100 km/h

29. A gardener wants to plant 100 trees (oaks and birches) along an avenue in the park. The number of trees between any two oaks must not be equal to five. Of these 100 trees, what is the greatest number of oaks that the gardener can plant?

Ένα κηπουρός θέλει να φυτέψει 100 δέντρα (λεμονιές και πορτοκαλιές) κατά μήκος της λεωφόρου σε ένα πάρκο. Ο αριθμός των δέντρων μεταξύ οποιωνδήποτε δύο λεμονιών δεν πρέπει να ισούται με πέντε. Από αυτά τα 100 δέντρα, ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός λεμονιών που μπορεί ο κηπουρός να φυτέψει;

(A) 48 (B) 50 (C) 52 (D) 60 (E) 80

30. Yurko saw a tractor slowly pulling a long pipe down the road. Yurko walked along beside the pipe in the same direction as the tractor, and counted 140 paces to get from one end to the other. He then turned around and walked back to the other end, taking only 20 paces. The tractor and Yurko kept to a uniform speed, and Yurko's paces were all 1 m long. How long was the pipe?

Ο Yurko είδε ένα τρακτέρ στο δρόμο να τραβά μια μεγάλη σωλήνα. Ο Yurko περπάτησε δίπλα από τη σωλήνα στην ίδια κατεύθυνση με το τρακτέρ, και μέτρησε 140 βήματα για να πάει από ένα άκρο στο άλλο. Μετά έστριψε περπατώντας προς τα πίσω και μέτρησε 20 βήματα. Το τρακτέρ και ο Yurko κινήθηκαν με σταθερή ταχύτητα, και τα βήματα του Yurko ήταν 1 m το καθένα. Πόσο ήταν το μήκος της σωλήνας;

(A) 30 m (B) 35 m (C) 40 m (D) 48 m (E) 80 m