



Thales Foundation Cyprus
P.O. Box 28959, CY2084 Acropolis, Nicosia, Cyprus

KANGOUROU Mathematics Competition 2016

Level 9-10

(Γ' Γυμνασίου – Α' Λυκείου)

19 Μαρτίου/March 2016

10:00 – 11:15

Ερωτήσεις 1 – 10 = 3 βαθμοί η καθεμιά
Ερωτήσεις 11 – 20 = 4 βαθμοί η καθεμιά
Ερωτήσεις 21 – 30 = 5 βαθμοί η καθεμιά

Questions 1 – 10 = 3 points each
Questions 11 – 20 = 4 points each
Questions 21 – 30 = 5 points each

3 point problems - προβλήματα 3 μονάδων

1. The mean of four numbers is 9. What is the fourth number if three of the numbers are 5, 9 and 12?

Ο μέσος όρος τεσσάρων αριθμών είναι 9. Ποιος είναι ο τέταρτος αριθμός αν τρεις από τους αριθμούς είναι 5, 9 και 12;

- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 36

2. Which of the following numbers is the closest to the result of $\{17 \times 0,3 \times 20,16\}/\{999\}$?

Ποιος από τα παρακάτω αριθμούς είναι ο πιο κοντινός στο αποτέλεσμα της $\{17 \times 0,3 \times 20,16\}/\{999\}$;

- (A) 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

3. On a test consisting of 30 questions, Ruth had 50% more right answers than she had wrong answers. Each answer was either right or wrong. How many correct answers did Ruth have, assuming she answered all questions?

Σε ένα τεστ που αποτελείται από 30 ερωτήσεις, η Ruth είχε 50% περισσότερες σωστές απαντήσεις από ό,τι είχε λάθος απαντήσεις. Κάθε απάντηση ήταν σωστό ή λάθος. Πόσες σωστές απαντήσεις είχε η Ruth, υποθέτοντας ότι απάντησε σε όλες τις ερωτήσεις;

- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 20

4. Jenny had to add 26 to a certain number. Instead she made a mistake and subtracted 26, obtaining -14. What number should she have obtained if she did not make a mistake?

Η Jenny έπρεπε να προσθέσει 26 σε ορισμένο αριθμό. Αντί αυτού, έκανε λάθος και αφαίρεσε 26, βρίσκοντας -14. Τι αριθμό θα έβρισκε αν δεν έκανε το λάθος;

- (A) 28 (B) 32 (C) 36 (D) 38 (E) 42

5. When the positive integer x is divided by 6, the remainder is 3. What is the remainder when $3x$ is divided by 6?

Όταν ο θετικός ακέραιος x διαιρεθεί με το 6, το υπόλοιπο είναι 3. Ποιο είναι το υπόλοιπο όταν το $3x$ διαιρεθεί με το 6;

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

6. How many weeks are the same as 2016 hours?

Πόσες εβδομάδες είναι το ίδιο με 2016 ώρες;

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16

7. Little Lucas invented his own way to write down negative numbers before he learned the usual way with the negative sign in front.

Counting backwards, he would write: ... 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, ...

What is the result of $000 + 0000$ in his notation?

Ο μικρός Lucas έχει εφεύρει το δικό του τρόπο γραφής για τους αρνητικούς αριθμούς πριν να μάθει τον συνηθισμένο τρόπο με το αρνητικό πρόσημο μπροστά.

Μετρώντας προς τα πίσω, θα έγραφε: ... 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, ...

Ποιο είναι το αποτέλεσμα των $000 + 0000$ στο συμβολισμό του;

- (A) 1 (B) 00000 (C) 000000 (D) 0000000 (E) 00000000

8. I have some strange dice: the faces show the numbers 1 to 6 as usual, except that the odd numbers are negative (-1, -3, -5 in place of 1, 3, 5). If I throw TWO such dice, which of these totals cannot be achieved?

Έχω κάποια περίεργα ζάρια: οι έδρες τους δείχνουν τους αριθμούς 1 έως 6, ως συνήθως, εκτός από το ότι οι μονοί αριθμοί είναι αρνητικοί (-1, -3, -5 στη θέση του 1, 3, 5). Αν ρίξω δύο τέτοια ζάρια, ποιο από αυτά τα αθροίσματα δεν μπορεί να εμφανιστεί;

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

9. How many times two directly adjacent letters have to be exchanged in order to change the word VELO step by step into the word LOVE ?

Πόσες φορές δύο άμεσα διπλανά γράμματα πρέπει να ανταλλάσσονται, προκειμένου να αλλάξει βήμα προς βήμα η λέξη VELO στη λέξη LOVE;

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

10. Steven wrote five different one-digit positive integers on a blackboard. He discovered that no sum of any two numbers is equal to 10. Which of the following numbers did Steven definitely wrote on the blackboard?

Ο Steven έγραψε πέντε διαφορετικούς μονοψήφιους θετικούς ακέραιους σε ένα μαυροπίνακα. Ανακάλυψε ότι κανένα άθροισμα δύο αριθμών είναι ίσο με 10. Ποιο από τους παρακάτω αριθμούς σίγουρα έγραψε στον πίνακα ο Steven;

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4 point problems - προβλήματα 4 μονάδων

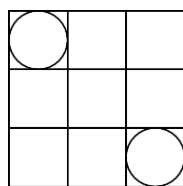
11. Let $a + 5 = b^2 - 1 = c^2 + 3 = d - 4$. Which one of the numbers a, b, c, d is the largest?

Έστω $a + 5 = b^2 - 1 = c^2 + 3 = d - 4$. Ποιο από τους αριθμούς a, b, c, d είναι ο μεγαλύτερος;

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) impossible to determine (δεν μπορεί να καθοριστεί)

12. The 3×3 table is divided into 9 unit squares, and two circles are inscribed in two of them (see picture). What is the distance between the two circles?

Ο πίνακας 3×3 διαιρείται σε 9 μοναδιαία τετράγωνα, και δύο κύκλοι είναι εγγεγραμμένοι σε δύο από αυτά (δείτε την εικόνα). Ποια είναι η απόσταση μεταξύ των δύο κύκλων;

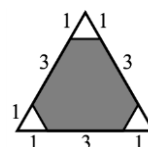


- (A) $2\sqrt{2} - 1$ (B) $\sqrt{2} + 1$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 2 (E) 3

13 . In a tennis tournament on a knock-out basis, six of the results of the quarter-finals, the semi-finals and the final were (not necessarily in this order): Bella beat Ann, Celine beat Donna, Gina beat Holly, Gina beat Celine, Celine beat Bella and Emma beat Farah. Which result is missing?

Σε ένα τουρνουά τένις με βάση το νοκ-άουτ, έξι από τα αποτελέσματα των προημιτελικών, των ημιτελικών και του τελικού ήταν (όχι απαραίτητα με αυτή τη σειρά): Bella νίκησε την Ann, Celine νίκησε την Donna, Gina νίκησε την Holly, Gina νίκησε την Celine, Celine νίκησε την Bella και Emma νίκησε την Farah. Ποιο αποτέλεσμα λείπει;

- (A) Gina beat(νίκησε την) Bella (B) Celine beat(νίκησε την) Ann
(C) Emma beat(νίκησε την) Celine (D) Bella beat(νίκησε την) Holly
(E) Gina beat(νίκησε την) Emma



14. What percent of the area of the triangle is shaded in the figure?

Πόσο τοις εκατό του εμβαδού του τριγώνου είναι σκιασμένο στο σχήμα;

- (A) 80% (B) 85% (C) 88%
(D) 90% (E) impossible to determine (δεν μπορεί να καθοριστεί)

15 . Jill is making a magic multiplication square using the numbers 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 and 100. The products of the numbers in each row, in each column and in the two diagonals should all be the same. In the figure you can see how she has started. Which number should Jill place in the cell with the question mark?

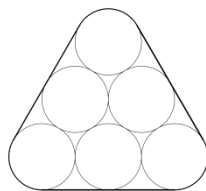
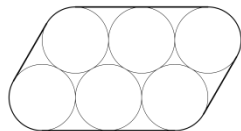
Η Jill κάνει ένα μαγικό τετράγωνο πολλαπλασιασμού χρησιμοποιώντας τους αριθμούς 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 και 100. Τα γινόμενα των αριθμών σε κάθε σειρά, σε κάθε στήλη και στις δύο διαγώνιους πρέπει να είναι όλα τα ίδια. Στο σχήμα μπορείτε να δείτε πώς έχει ξεκινήσει. Ποιόν αριθμό θα πρέπει να τοποθετήσει η Jill στο τετράγωνο με το ερωτηματικό;

20	1	
		?

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 10 (E) 25

16. Jack wants to hold six circular pipes, with diameter 2 cm, together by a rubber band. He decided between two options as shown in the picture. Compare the lengths of the rubber bands.

Ο Jack θέλει να δέσει μαζί με ένα λάστιχο έξι κυκλικούς σωλήνες, με διάμετρο 2 cm. Έχει αποφασίσει ανάμεσα σε δύο επιλογές, όπως φαίνεται στην εικόνα. Συγκρίνετε τα μήκη των λάστιχων.



- (A) In the left picture it is π cm shorter.
 (C) In the right picture it is π cm shorter.
 (E) Both have the same length.

- (B) In the left picture it is 4 cm shorter.
 (D) In the right picture it is 4 cm shorter.

- (A) Στην αριστερή εικόνα είναι π cm μικρότερο.
 (B) Στην αριστερή εικόνα είναι 4 cm μικρότερο.
 (C) Στη δεξιά εικόνα είναι π cm μικρότερο.
 (D) Στη δεξιά εικόνα είναι 4 cm μικρότερο.
 (E) Έχουν και τα δύο το ίδιο μήκος.

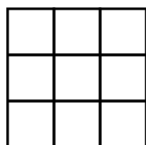
17. Eight envelopes contain the numbers: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128. Eve chooses a few envelopes randomly. Alie takes the rest. Both sum up their numbers. Eve's sum is 31 more than Alie's. How many envelopes did Eve take?

Οκτώ φάκελοι περιέχουν τους αριθμούς: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128. Η Εύα επιλέγει μερικούς φάκελους τυχαία. Η Alie παίρνει τους υπόλοιπους. Και οι δύο αθροίζουν τους αριθμούς τους. Το άθροισμα της Εύας είναι 31 περισσότερα από της Alie. Πόσους φακέλους πήρε η Εύα;

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18. Peter wants to colour the cells of a 3×3 square in such a way that each of the rows, the columns and both diagonals have three cells of three different colours. What is the least number of colours Peter could use?

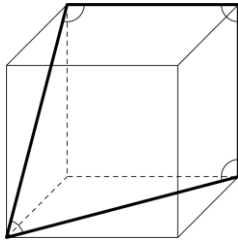
Ο Peter θέλει να χρωματίσει τα τετράγωνα ενός τετραγωνικού πίνακα 3×3 με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε μία από τις σειρές, τις στήλες και των δύο διαγωνίων έχουν τρία τετράγωνα με διαφορετικά χρώματα. Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός των χρωμάτων που θα μπορούσε ο Peter να χρησιμοποιήσει;



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

19. The picture shows a cube with four marked angles. What is the sum of these angles?

Η εικόνα δείχνει έναν κύβο με τέσσερις σημειωμένες γωνίες. Ποιο είναι το άθροισμα αυτών των γωνιών;



- (A) 315° (B) 330° (C) 345° (D) 360° (E) 375°

20. There are 2016 kangaroos, each of them is either grey or red and at least one of them is grey and at least one is red. For every kangaroo K we compute the fraction of the number of kangaroos of the other colour divided by the number of kangaroos of the same colour as K (including K). Find the sum of the fractions of all 2016 kangaroos.

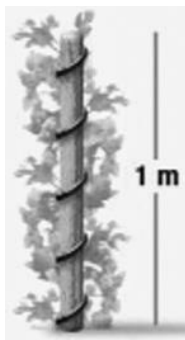
Υπάρχουν 2016 καγκουρό, το καθένα από αυτά είναι είτε γκριζο ή κόκκινο και τουλάχιστον ένα από αυτά είναι γκριζο και τουλάχιστον ένα είναι κόκκινο. Για κάθε καγκουρό K υπολογίζουμε το κλάσμα του αριθμού των καγκουρό του άλλου χρώματος διαιρώντας με τον αριθμό των καγκουρό του ίδιου χρώματος όπως του K (συμπεριλαμβανομένου του K). Βρείτε το άθροισμα των κλασμάτων του συνόλου των 2016 καγκουρό.

- (A) 2016 (B) 1344 (C) 1008
(D) 672 (E) more information is needed (χρειάζονται περισσότερες πληροφορίες)

5 point problems - προβλήματα 5 μονάδων

21. A plant wraps itself exactly 5 times around a pole with height 1 m and circumference 15 cm as shown in the picture. As it climbed, its height increased at a constant rate. What is the length of the plant?

Ένα φυτό τυλίγεται ακριβώς 5 φορές γύρω από ένα στύλο με ύψος 1 μέτρο και περιφέρεια 15 εκατοστά, όπως φαίνεται στην εικόνα. Όπως ανεβαίνει, το ύψος του αυξάνει με σταθερό ρυθμό. Ποιο είναι το μήκος του φυτού;



- (A) 0,75 m (B) 1,0 m (C) 1,25 m (D) 1,5 m (E) 1,75 m

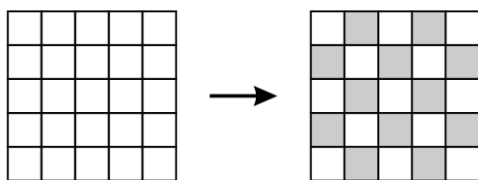
22. What is the largest possible remainder that can be obtained when a two-digit number is divided by the sum of its digits?

Ποια είναι το μεγαλύτερο δυνατό υπόλοιπο που μπορεί να επιτευχθεί όταν ένας διψήφιος αριθμός διαιρείται με το άθροισμα των ψηφίων του;

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

23. A 5×5 square is divided into 25 cells. Initially all its cells are white, as shown on the left. Neighbouring cells are those that share a common edge. On each move two neighbouring cells have their colours changed to the opposite colour (e.g. white cells become black and black ones become white). What is the minimum number of moves required in order to obtain the chess-like colouring shown on the right?

Ένα τετράγωνο 5×5 χωρίζεται σε 25 κυψέλες. Αρχικά όλες οι κυψέλες του είναι λευκές, όπως φαίνεται στα αριστερά. Οι γειτονικές κυψέλες είναι εκείνες που μοιράζονται μια κοινή πλευρά. Σε κάθε κίνηση δύο γειτονικές κυψέλες αλλάζουν τα χρώματα στο αντίθετο χρώμα (π.χ. λευκές κυψέλες γίνονται μαύρες και μαύρες γίνονται άσπρες). Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός κινήσεων που απαιτούνται για την απόκτηση χρωματισμού τύπου σκακιού, όπως φαίνεται στα δεξιά;



- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

24. It takes 4 hours for a motorboat to travel downstream from X to Y. To return upstream from Y to X it takes the motorboat 6 hours. How many hours would it take a wooden log to be carried from X to Y by the current, assuming it is unhindered by any obstacles?

Παίρνει 4 ώρες σε ένα μηχανοκίνητο σκάφος για να ταξιδέψει προς τα κάτω ποταμού από το X στο Y ενώ για την επιστροφή προς τα πάνω από το Y στο X παίρνει το μηχανοκίνητο 6 ώρες. Πόσες ώρες θα πάρει με το ρεύμα του ποταμού ένα ξύλινο κορμό από το X στο Y, αν υποτεθεί ότι δεν παρεμποδίζεται από τυχόν εμπόδια;

- (A) 5 (B) 10 (C) 12 (D) 20 (E) 24

25. In the Kangaroo republic each month consists of 40 days, numbered 1 to 40. Any day whose number is divisible by 6 is a holiday, and any day whose number is a prime is a holiday. How many times in a month does a single working day occur between two holidays?

Στη Δημοκρατία των Kangaroo ο κάθε μήνας αποτελείται από 40 μέρες, αριθμημένες από το 1 έως 40. Κάθε μέρα που ο αριθμός της διαιρείται με το 6 είναι αργία, και κάθε μέρα που ο αριθμός της είναι πρώτος αριθμός είναι αργία. Πόσες φορές μέσα σε ένα μήνα έχει εργάσιμη μέρα ανάμεσα δύο αργιών;

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

26. Two of the altitudes of a triangle are 10 cm and 11 cm. Which of the following cannot be the length of the third altitude?

Δύο από τα ύψη ενός τριγώνου είναι 10 εκατοστά και 11 εκατοστά. Ποιο από τα παρακάτω δεν μπορεί να είναι το μήκος του τρίτου ύψους;

- (A) 5 cm (B) 6 cm (C) 7 cm (D) 10 cm (E) 100 cm

27. Jakob wrote down four consecutive positive integers. He then calculated the four possible totals made by taking three of the integers at a time. None of these totals was a prime. What is the smallest integer Jakob could have written?

Ο Jakob έγραψε τέσσερις διαδοχικούς θετικούς ακέραιους. Στη συνέχεια υπολόγισε τα τέσσερα πιθανά αθροίσματα παίρνοντας τρεις από τους ακέραιους κάθε φορά. Κανένα από αυτά τα αθροίσματα ήταν πρώτος αριθμός. Ποιος είναι ο μικρότερος ακέραιος που ο Jakob θα μπορούσε να γράψει;

- (A) 12 (B) 10 (C) 7 (D) 6 (E) 3

28. Four sportsmen and sportswomen - a skier, a speedboat driver, a hockey player and a snowcar driver - had dinner at a round table. The skier sat at Andrea's left hand. The speedboat driver sat opposite Ben. Eva and Filip sat next to each other. A woman sat at the hockey player's left hand. Which sport did Eva do?

Τέσσερις αθλητές και αθλήτριες - ένας skier, ένας οδηγός speedboat, ένας παίκτης hockey και ένας οδηγός snowcar - είχαν δείπνο σε ένα στρογγυλό τραπέζι. Ο/η skier κάθισε στα αριστερά του Ανδρέα. Ο/η οδηγός του speedboat κάθισε απέναντι του Ben. Η Εύα και ο Filip κάθισαν δίπλα ο ένας στον άλλο. Μια γυναίκα κάθισε στα αριστερά του παίκτη του hockey. Ποιο άθλημα έκανε η Εύα;

- (A) speedboat (B) skier (C) hockey
(D) snowcar (E) It's not possible to determine (δεν είναι δυνατό να βρεθεί).

29. Dates can be written in the form DD.MM.YYYY. For example, the date today is 19.03.2016. A date is called "surprising" if all 8 digits in its written form are different. In what month will the next surprising date occur?

Οι ημερομηνίες μπορούν να γραφτούν στη μορφή HH.MM.EEEE. Για παράδειγμα, η σημερινή ημερομηνία είναι 19/03/2016. Μια ημερομηνία ονομάζεται "έκπληξη", αν και τα 8 ψηφία στη γραπτή μορφή της είναι διαφορετικά. Σε ποιο μήνα θα συμβεί η επόμενη έκπληξη;

- (A) March (B) June (C) July (D) August (E) December
(A) Μάρτιος (B) Ιούνιος (C) Ιούλιος (D) Αύγουστος (E) Δεκέμβρης

30. At a conference, the 2016 participants are registered from P1 to P2016. Each participant from P1 to P2015 shook hands with exactly the same number of participants as the one on their registration number. How many hands did the 2016th participant shake?

Σε ένα συνέδριο, οι 2016 συμμετέχοντες εγγράφονται από P1 έως P2016. Κάθε συμμετέχων από P1 έως P2015 έκανε χειραψία με ακριβώς τον ίδιο αριθμό των συμμετεχόντων όπως και ο αριθμός εγγραφής του. Πόσες χειραψίες έκανε ο 2016 συμμετέχων;

- (A) 1 (B) 504 (C) 672 (D) 1008 (E) 2015