



Thales Foundation

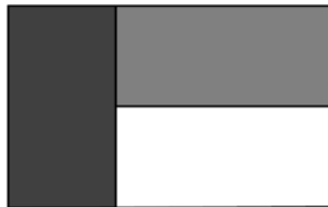
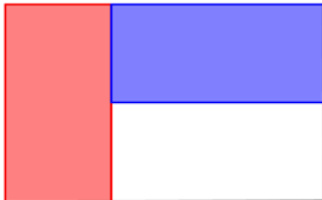
KANGAROO MATHEMATICS 2019 / ΚΑΝΓΑΡΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2019

LEVEL 11-12 / ΕΠΙΠΕΔΟ 11-12

3 point problems (θέματα 3 μονάδων)

1. The flag of Kangoraland is a rectangle which is divided into three smaller equal rectangles as shown. What is the ratio of the side lengths of the white rectangle?

Η σημαία του Kangoraland είναι ένα ορθογώνιο που χωρίζεται σε τρία μικρότερα ίσα ορθογώνια όπως φαίνεται. Ποια είναι η αναλογία των πλευρών του λευκού ορθογώνιου;



(A) 1: 2

(B) 2: 3

(C) 2: 5

(D) 3: 7

(E) 4: 9

2. The numbers 1, 2, 3 and 4 are each written in different cells of the 2×2 table. After that, the sum of the numbers in each row and column is calculated. Two of these sums are 4 and 5. What are the other two sums?

Οι αριθμοί 1, 2, 3 και 4 γράφονται σε διαφορετικά κελιά του πίνακα 2×2 . Μετά από αυτό, υπολογίζεται το άθροισμα των αριθμών σε κάθε σειρά και στήλη. Δύο από αυτά τα ποσά είναι 4 και 5. Ποια είναι τα άλλα δύο αθροίσματα;



(A) 6 and/και 6

(B) 3 and/και 5

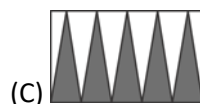
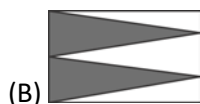
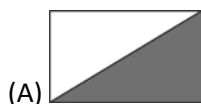
(C) 4 and/και 5

(D) 4 and/και 6

(E) 5 and/και 6

3. A rectangle has been shaded in five different ways as shown. In which diagram does the shaded part have the largest area?

Ένα ορθογώνιο σκιάστηκε με πέντε διαφορετικούς τρόπους, όπως φαίνεται. Σε ποιο διάγραμμα το σκιασμένο τμήμα έχει το μεγαλύτερο εμβαδό;





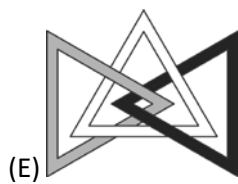
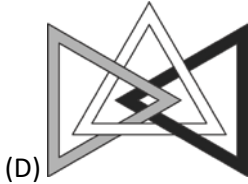
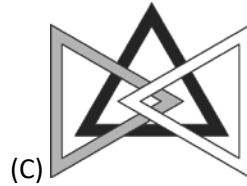
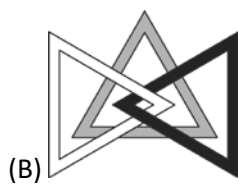
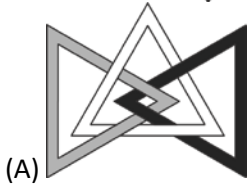
Thales Foundation

KANGAROO MATHEMATICS 2019 / ΚΑΝΓΑΡΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2019

LEVEL 11-12 / ΕΠΙΠΕΔΟ 11-12

4. Three triangles are linked as shown. Which of the following pictures shows these three triangles linked in the same way?

Τρία τρίγωνα συνδέονται όπως φαίνεται. Ποιες από τις παρακάτω εικόνες δείχνουν ότι αυτά τα τρία τρίγωνα συνδέονται με τον ίδιο τρόπο;



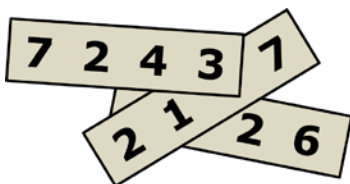
5. A pyramid has 23 triangular faces. How many edges does this pyramid have?

Μια πυραμίδα έχει 23 τριγωνικές έδρες. Πόσες ακμές έχει αυτή η πυραμίδα;

- (A) 23 (B) 24 (C) 46 (D) 48 (E) 69

6. Three 4-digit numbers are written on three pieces of paper as shown. The sum of the three numbers is 11126. Three of the digits are covered. What are the covered digits?

Τρεις τετραψήφιοι αριθμοί είναι γραμμένοι σε τρία κομμάτια χαρτιού όπως φαίνεται. Το άθροισμα των τριών αριθμών είναι 11126. Τρία από τα ψηφία καλύπτονται. Ποια είναι τα καλυμμένα ψηφία;



- (A) 1, 4, 7 (B) 1, 5, 7 (C) 3, 3, 3 (D) 4, 5, 6 (E) 4, 5, 7



Thales Foundation

KANGAROO MATHEMATICS 2019 / ΚΑΝΓΑΡΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2019

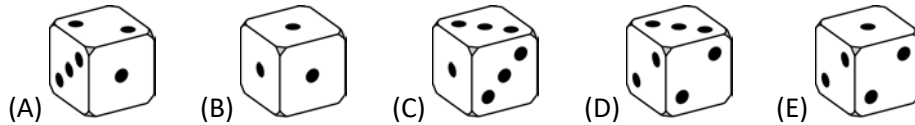
LEVEL 11-12 / ΕΠΙΠΕΔΟ 11-12

7. What is the first (leftmost) digit of the smallest positive integer whose digits add up to 2019?
Ποιο είναι το πρώτο (αριστερότερο) ψηφίο του μικρότερου θετικού ακέραιου αριθμού του οποίου τα ψηφία αθροίζονται σε 2019;

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. Each of the faces of a die is marked with either 1, 2 or 3 dots so that the probability of rolling a 1 is $\frac{1}{2}$, the probability of rolling a 2 is $\frac{1}{3}$ and the probability of rolling a 3 is $\frac{1}{6}$. Which of the following cannot be a view of this die?

Κάθε μία από τις έδρες ενός ζαριού σημειώνεται με 1, 2 ή 3 κουκίδες έτσι ώστε όταν το ρίξουμε η πιθανότητα να φέρουμε 1 είναι $\frac{1}{2}$, η πιθανότητα να φέρουμε 2 είναι $\frac{1}{3}$ και η πιθανότητα να φέρουμε 3 είναι $\frac{1}{6}$. Ποιο από τα παρακάτω δεν μπορεί να είναι μια όψη αυτού του ζαριού;



9. Which of the following numbers is equal to $\sqrt{2\sqrt{2}}$?

Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς ισούται με $\sqrt{2\sqrt{2}}$?

- (A) 2 (B) $\sqrt{[4]\{2\}}$ (C) $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ (D) $2\sqrt{[4]\{2\}}$ (E) $2^{\sqrt{8}}$

10. How many of the numbers from 2^{10} to 2^{13} , inclusive, are divisible by 2^{10} ?

Πόσοι από τους αριθμούς από 2^{10} έως 2^{13} , συμπεριλαμβανομένων, διαιρούνται με 2^{10} ;

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 16

4 point problems (θέματα 4 μονάδων)

11. Which is the highest power of 3 dividing the number $7! + 8! + 9!$?

Ποια είναι η μεγαλύτερη δύναμη του 3 που διαιρεί τον αριθμό $7! + 8! + 9!$;

- (A) 3^2 (B) 3^4 (C) 3^5 (D) 3^6 (E) 3^7



Thales Foundation

KANGAROO MATHEMATICS 2019 / ΚΑΝΓΑΡΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2019

LEVEL 11-12 / ΕΠΙΠΕΔΟ 11-12

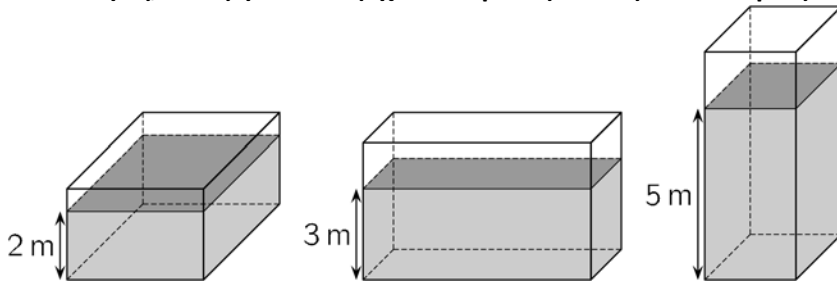
12. This year, the number of boys in my class has increased by 20% and the number of girls has decreased by 20%. We now have one student more than before. Which of the following could be the number of students in my class now?

Φέτος, ο αριθμός των αγοριών στην τάξη μου αυξήθηκε κατά 20% και ο αριθμός των κοριτσιών μειώθηκε κατά 20%. Έχουμε τώρα έναν σπουδαστή περισσότερο από πριν. Ποιο από τα παρακάτω θα μπορούσε να είναι ο αριθμός των μαθητών στην τάξη μου τώρα;

- (A) 22 (B) 26 (C) 29 (D) 31 (E) 34

13. A container in the shape of a rectangular box is partially filled with $120 m^3$ of water. The depth of the water is either 2 m or 3 m or 5 m, depending on which side of the box is on the ground, as shown (not to scale). What is the volume of the container?

Ένα δοχείο σε σχήμα ορθογώνιου γεμίζεται μερικώς με $120 m^3$ νερού. Το βάθος του νερού είναι είτε 2 m είτε 3 m ή 5 m, βρίσκεται στο έδαφος ανάλογα με το ποια πλευρά του δοχείου βρίσκεται στο έδαφος, όπως φαίνεται (όχι σε κλίμακα). Ποιος είναι ο όγκος του δοχείου;



- (A) $160 m^3$ (B) $180 m^3$ (C) $200 m^3$ (D) $220 m^3$ (E) $240 m^3$

14. Three kangaroos, Alex, Bob and Carl, go for a walk every day. If Alex doesn't wear a hat, then Bob wears a hat. If Bob doesn't wear a hat, then Carl wears a hat. Today Carl is not wearing a hat. Who is certainly wearing a hat today?

Τρία καγκουρό, ο Αλέκος, ο Πάμπος και ο Χάρης, πάνε βόλτα κάθε μέρα. Αν ο Αλέκος δεν φορέσει καπέλο, τότε ο Πάμπος φοράει καπέλο. Αν ο Πάμπος δεν φορέσει καπέλο, τότε ο Χάρης φοράει καπέλο. Σήμερα ο Χάρης δεν φοράει καπέλο. Ποιος σίγουρα φοράει καπέλο σήμερα;

- (A) only Alex and Bob /μόνος ο Αλέκος και ο Πάμπος
(B) only Alex/ μόνο ο Αλέκος
(C) Alex, Bob and Carl/Αλέκος, Πάμπος και Χάρης
(D) neither Alex nor Bob/ούτε ο Αλέκος ούτε ο Χάρης
(E) only Bob/μόνο ο Πάμπος



Thales Foundation

KANGAROO MATHEMATICS 2019 / ΚΑΝΓΑΡΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2019

LEVEL 11-12 / ΕΠΙΠΕΔΟ 11-12

15. In the square $ABCD$ of side 1 we join A and D by a zigzag line touching the side BC twice and AD once, as shown on the figure.. The shortest path has length:

Στο τετράγωνο $ABCD$ πλευράς 1 ενώνουμε τα A και D με γραμμή ζικ-ζακ αγγίζοντας την πλευρά BC δύο φορές και την AD μια φορά, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η πιο κοντή πορεία έχει μήκος:



- (A) $3\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) $3 + \sqrt{2}$ (D) $2 + 2\sqrt{3}$ (E) $\sqrt{17}$

16. A positive integer n is called *good* if its largest divisor (excluding n) is equal to $n - 6$. How many *good* positive integers are there?

Ένας θετικός ακέραιος n καλείται «καλός» αν ο μεγαλύτερος διαιρέτης του (εκτός του n) είναι ίσος με $n-6$. Πόσοι «καλοί» θετικοί ακέραιοι υπάρχουν;

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 8

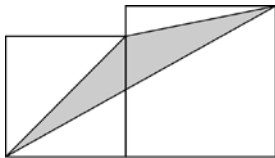
17. A box contains 4 chocolates and 1 fruit. John and Mary take turns drawing randomly a treat out of the box without replacement. Whoever draws the fruit wins. John draws first. What is the probability that Mary wins?

Ένα κουτί περιέχει 4 σοκολάτες και 1 φρούτο. Ο Γιάννης και η Μαρία παίρνουν τυχαία με σειρά κεραστικό από το κουτί χωρίς αντικατάσταση. Όποιος παίρνει το φρούτο κερδίζει. Ο Γιάννης ξεκινά πρώτα. Ποια είναι η πιθανότητα να κερδίσει η Μαρία;

- (A) $2/5$ (B) $3/5$ (C) $1/2$ (D) $5/6$ (E) $1/3$

18. Two adjacent squares with side lengths a and b ($a < b$) are shown. What is the area of the shaded triangle?

Εμφανίζονται δύο γειτονικά τετράγωνα με μήκη πλευρών a και b ($a < b$). Ποιο είναι το εμβαδό του σκιασμένου τριγώνου;



- (A) \sqrt{ab} (B) $\frac{1}{2}a^2$ (C) $\frac{1}{2}b^2$ (D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ (E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$



Thales Foundation

KANGAROO MATHEMATICS 2019 / ΚΑΝΓΑΡΟΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2019

LEVEL 11-12 / ΕΠΙΠΕΔΟ 11-12

19. What is the integer part of
Ποιο είναι το ακέραιο μέρος του

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$$

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 20 (E) 25

20. To calculate the result of $\frac{a+b}{c}$, Sara types $a + b \div c =$ on a calculator and the result is 11 (a , b , and c are positive integers). She then types $b + a \div c =$ and she is surprised to see that the result is 14. She realizes that the calculator is designed to calculate divisions before additions.

What is the correct result of $\frac{a+b}{c}$?

Για να υπολογίσει το αποτέλεσμα $(a + b) / c$, η Σάρα πληκτρολογεί $a + b \div c =$ σε μια αριθμομηχανή και το αποτέλεσμα είναι 11 (a , b , και c είναι θετικοί ακέραιοι). Στη συνέχεια πληκτρολογεί $b + a \div c =$ και εκπλήσσεται από το γεγονός ότι το αποτέλεσμα είναι 14.

Συνειδητοποιεί ότι η αριθμομηχανή έχει σχεδιαστεί για να υπολογίζει τις διαιρέσεις πριν από τις προσθέσεις. Ποιο είναι το σωστό αποτέλεσμα του $\frac{a+b}{c}$;

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5 point problems (θέματα 5 μονάδων)

21. Let a be the sum of all positive divisors of 1024 and b the product of all positive divisors of 1024. Then

Έστω a το άθροισμα όλων των θετικών διαιρετών του 1024 και b το γινόμενο όλων των θετικών διαιρετών του 1024. Τότε

- (A) $(a - 1)^5 = b$ (B) $(a + 1)^5 = b$ (C) $a^5 = b$ (D) $a^5 - 1 = b$ (E) $a^5 + 1 = b$

22. What is the set of all values of the parameter a for which the number of solutions of the equation $2 - |x| = ax$ is equal to two?

Ποιο είναι το σύνολο όλων των τιμών της παραμέτρου a για την οποία ο αριθμός των λύσεων της εξίσωσης $2 - |x| = ax$ είναι ίσος με δύο;

- (A) $(0, -1]$ (B) $(-1, 1)$ (C) $[1, 0)$ (D) $\{0\}$ (E) $\{-1, 1\}$



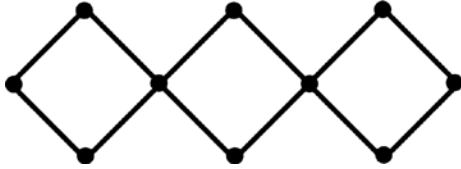
Thales Foundation

KANGAROO MATHEMATICS 2019 / ΚΑΝΓΑΡΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2019

LEVEL 11-12 / ΕΠΙΠΕΔΟ 11-12

23. The vertices of the network shown are labelled with the numbers from 1 to 10. The sum S of the four labels on each square is the same. What is the least possible value of S ?

Οι κορυφές του δικτύου που φαίνονται σημειώνονται με τους αριθμούς από το 1 έως το 10. Το άθροισμα S των τεσσάρων αριθμών κορυφών σε κάθε τετράγωνο είναι το ίδιο. Ποια είναι η μικρότερη δυνατή τιμή του S ;



- (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 22

24. How many planes pass through at least three vertices of a given cube?

Πόσα επίπεδα περνούν από τουλάχιστον τρεις κορυφές ενός δεδομένου κύβου;

- (A) 6 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

25. Four distinct straight lines pass through the origin of the coordinate system. They intersect the parabola $y = x^2 - 2$ at eight points. What can be the product of the x -coordinates of these eight points?

Τέσσερις διαφορετικές ευθείες γραμμές περνούν από το κέντρο του συστήματος συντεταγμένων. Τέμνουν την παραβολή $y = x^2 - 2$ σε οκτώ σημεία. Τι μπορεί να είναι το γινόμενο των συντεταγμένων x αυτών των οκτώ σημείων;

- (A) 16 (B) -16 (C) 8 (D) -8 (E) Many solutions/Πολλές λύσεις

26. For how many integers n is $|n^2 - 2n - 3|$ a prime number?

Για πόσους ακέραιους n είναι το $|n^2 - 2n - 3|$ πρώτος αριθμός;

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 8

27. If $a < b < c$ are consecutive primes and the equation $ax^2 + cx + b = 0$ has an integer root, how many are the possible values of b ?

Αν $a < b < c$ είναι διαδοχικοί πρώτοι αριθμοί και η εξίσωση $ax^2 + cx + b = 0$ έχει μια ακέραια ρίζα, πόσες είναι οι πιθανές τιμές του b ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) more than 4/περισσότερες από 4



Thales Foundation

KANGAROO MATHEMATICS 2019 / ΚΑΝΓΑΡΟΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2019

LEVEL 11-12 / ΕΠΙΠΕΔΟ 11-12

28. The sequence a_1, a_2, a_3, \dots starts with $a_1 = 49$.

For $n \geq 1$, the number a_{n+1} is obtained by adding 1 to the sum of the digits of a_n and then squaring the result. Thus $a_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$. Determine a_{2019} .

Η ακολουθία a_1, a_2, a_3, \dots ξεκινά με $a_1 = 49$.

Για $n \geq 1$, ο αριθμός a_{n+1} υπολογίζεται προσθέτοντας 1 στο άθροισμα των ψηφίων του a_n και στη συνέχεια τετραγώνισμα του αποτελέσματος. Έτσι $a_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$. Υπολογίστε το a_{2019} .

- (A) 121 (B) 25 (C) 64 (D) 400 (E) 49

29. Three different numbers are chosen at random from the set $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$.

What is the probability that one of them is the average of the other two?

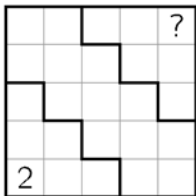
Τρεις διαφορετικοί αριθμοί επιλέγονται τυχαία από το σύνολο $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$.

Ποια είναι η πιθανότητα ότι ένας από αυτούς είναι ο μέσος όρος των άλλων δύο;

- (A) 1/10 (B) 1/6 (C) 1/4 (D) 1/3 (E) 1/2

30. The square shown is filled with numbers in such a way that each row and each column contains the numbers 1, 2, 3, 4 and 5 exactly once. Moreover, the sum of the numbers in each of the three bold-bordered areas is equal. What number is in the upper right corner ?

Το τετράγωνο που φαίνεται είναι γεμάτο με αριθμούς με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε σειρά και κάθε στήλη περιέχει τους αριθμούς 1, 2, 3, 4 και 5 ακριβώς μία φορά. Επιπλέον, το άθροισμα των αριθμών σε κάθε μία από τις τρεις οριοθετημένες περιοχές είναι ίσο. Ποιος αριθμός βρίσκεται στην επάνω δεξιά γωνία με το σύμβολο ?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5