

KSF 2018 - Kangourou Mathematics Junior, Level 9-10

3 point problems (προβλήματα 3 μονάδων)

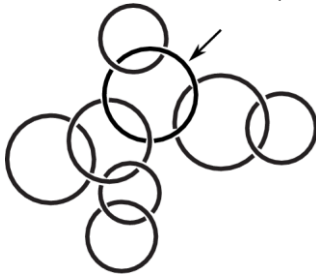
1. In my family each child has at least two brothers and at least one sister. What is the smallest possible number of children in my family?

Στην οικογένειά μου κάθε παιδί έχει τουλάχιστον δύο αδέρφια και τουλάχιστον μία αδελφή. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός παιδιών στην οικογένειά μου;

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

2. Some of the rings in the picture form a chain that includes the ring indicated by the arrow. How many rings are there in the longest possible chain?

Μερικά από τα δαχτυλίδια στην εικόνα σχηματίζουν μια αλυσίδα που περιλαμβάνει το δαχτυλίδι που υποδεικνύεται από το βέλος. Πόσα δαχτυλίδια υπάρχουν στη μακρύτερη δυνατή αλυσίδα;



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

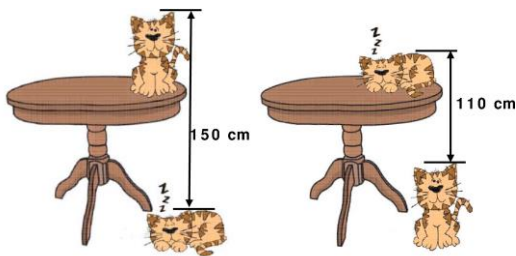
3. The lengths of the two sides of the triangle are 5 and 2, and the length of the third side is an odd integer number. Find the length of the third side.

Τα μήκη των δύο πλευρών του τριγώνου είναι 5 και 2 και το μήκος της τρίτης πλευράς είναι ένας περιττός ακέραιος αριθμός. Βρείτε το μήκος της τρίτης πλευράς.

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

4. The distance from the top of the sleeping cat on the floor to the top of the cat sitting on the table is 150 cm. The distance from the top of the cat sitting on the floor to the top of the cat sleeping on the table is 110 cm. What is the height of the table?

Η απόσταση από την κορυφή της γάτας που κοιμάται στο πάτωμα μέχρι την κορυφή της γάτας που κάθεται στο τραπέζι είναι 150 cm. Η απόσταση από την κορυφή της γάτας που κάθεται στο πάτωμα μέχρι την κορυφή της γάτας που κοιμάται στο τραπέζι είναι 110 cm. Ποιο είναι το ύψος του τραπεζιού;



- (A) 110 cm (B) 120 cm (C) 130 cm (D) 140 cm (E) 150 cm

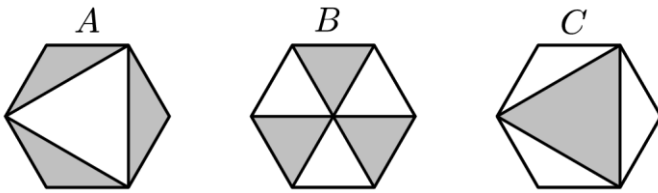
5. The sum of 5 consecutive integers is 10^{2018} . What is the middle number?

Το άθροισμα των 5 διαδοχικών ακέραιων αριθμών είναι 10^{2018} . Ποιος είναι ο μεσαίος αριθμός;

- (A) 10^{2013} (B) 5^{2017} (C) 10^{2017} (D) 2^{2018} (E) $2 \cdot 10^{2017}$

6. Given three congruent regular hexagons, we call X, Y, Z the total area of the shaded zones in each one of the figures. Which of the following statements is true?

Στα τρία κανονικά εξάγωνα που δίδονται, ονομάζουμε X, Y, Z το συνολικό εμβαδόν των σκιασμένων περιοχών σε κάθε ένα από τα σχήματα. Ποια από τις ακόλουθες δηλώσεις είναι ορθή;



- (A) $X = Y = Z$ (B) $Y = Z - X$ (C) $Z = X - Y$ (D) $X = Y - Z$

(E) Each of the three areas X, Y, Z has a different value. (το κάθε ένα από τα εμβαδά X, Y, Z έχει διαφορετικές τιμές)

7. Mary has collected 42 apples, 60 apricots and 90 cherries. She wants to divide them into identical piles using all of the fruit and then give a pile to each of her friends. What is the largest number of piles she can make?

Η Μαρία έχει συλλέξει 42 μήλα, 60 βερίκοκα και 90 κεράσια. Θέλει να τα χωρίσει σε πανομοιότυπους σωρούς χρησιμοποιώντας όλα τα φρούτα και στη συνέχεια να δώσει ένα σωρό σε κάθε έναν από τους φίλους της. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός σωρών που μπορεί να κάνει;

- (A) 3 (B) 6 (C) 10 (D) 14 (E) 42

8. Some of the digits in the following correct addition have been replaced by the letters P, Q, R and S , as shown. How much is $P + Q + R + S$?

Μερικά από τα ψηφία στην ακόλουθη σωστή πρόσθεση έχουν αντικατασταθεί από τα γράμματα P, Q, R και S , όπως φαίνεται. Πόσο είναι $P + Q + R + S$;

P	4	5
+	Q	R S
6	5	4

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 24

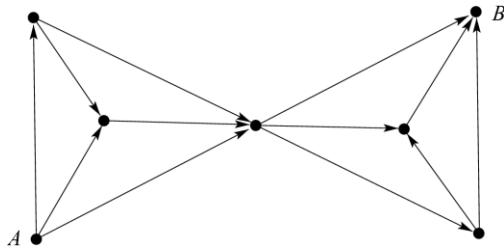
9. What is the sum of 25 % of 2018 and 2018 % of 25?

Ποιο είναι το άθροισμα του 25% του 2018 και το 2018% του 25;

- (A) 1009 (B) 2016 (C) 2018 (D) 3027 (E) 5045

10. In the picture shown you should go from *A* to *B* following the arrows. How many different routes are there from *A* to *B* along the lines following the directions of the arrows?

Στην εικόνα που εμφανίζεται θα πρέπει να πάτε από το *A* στο *B* ακολουθώντας τα βέλη. Πόσες διαφορετικές διαδρομές υπάρχουν από το *A* έως το *B* κατά μήκος των γραμμών ακολουθώντας τις οδηγίες των βελών;



- (A) 20 (B) 16 (C) 12 (D) 9 (E) 6

4 point problems (προβλήματα 4 μονάδων)

11. Two buildings are located on one street at a distance of 250 metres from each other. There are 100 students living in the first building, and there are 150 students living in the second building.

Where should a bus stop be built so that the total distance that all residents of both buildings have to walk from this bus stop to their buildings would be the least possible?

- (A) in front of the first building (B) 100 metres from the first building
(C) 100 metres from the second building (D) in front of the second building
(E) anywhere between the buildings

Δύο κτήρια βρίσκονται σε ένα δρόμο σε απόσταση 250 μέτρων το ένα από το άλλο. Στο πρώτο κτήριο διαμένουν 100 σπουδαστές και στο δεύτερο κτήριο διαμένουν 150 μαθητές. Πού πρέπει να κατασκευαστεί μια στάση λεωφορείου έτσι ώστε η συνολική απόσταση που όλοι οι κάτοικοι και των δύο κτηρίων πρέπει να περπατήσουν από αυτή τη στάση στα κτήριά τους θα ήταν η λιγότερο δυνατή;

- (A) μπροστά από το πρώτο κτήριο (B) 100 μέτρα από το πρώτο κτήριο
(C) 100 μέτρα από το δεύτερο κτήριο (D) μπροστά από το δεύτερο κτήριο
(E) οπουδήποτε μεταξύ των κτηρίων

12. There are 105 numbers written in a row: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, ...

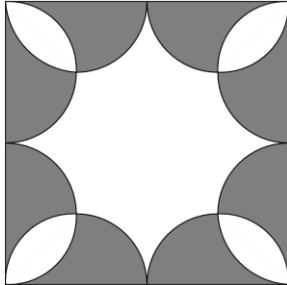
(Each number *n* is written exactly *n* times). How many of these numbers are divisible by 3?

Υπάρχουν 105 αριθμοί γραμμένοι στη σειρά: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, ... (Κάθε αριθμός *n* γράφεται ακριβώς *n* φορές). Πόσοι από αυτούς τους αριθμούς είναι διαιρετοί με το 3;

- (A) 4 (B) 12 (C) 21 (D) 30 (E) 45

13. Eight congruent semicircles are drawn inside a square of length 4. What is the area of the non-shaded part of the square?

Οκτώ συμπαγή ημικύκλια σχηματίζονται μέσα σε ένα τετράγωνο μήκους 4. Ποιο το εμβαδό του μη σκιασμένου τμήματος του τετραγώνου;



- (A) $2/\pi$ (B) 8 (C) $6 + 1/\pi$ (D) $3/\pi - 2$ (E) $3/\pi$

14. On a certain day 40 trains each travelled between two of the towns M, N, O, P and Q .

10 trains travelled either from or to M .

10 trains travelled either from or to N .

10 trains travelled either from or to O .

10 trains travelled either from or to P .

How many trains travelled from or to Q ?

Σε μια συγκεκριμένη ημέρα 40 τρένα ταξίδεψαν μεταξύ δύο πόλεων M, N, O, P και Q .

10 τρένα ταξίδεψαν από ή προς M .

10 τρένα ταξίδεψαν από ή προς N .

10 τρένα ταξίδεψαν είτε από ή προς O .

10 τρένα ταξίδεψαν είτε από ή προς P .

Πόσα ταξίδια ταξίδεψαν από ή προς Q ;

- (A) 0 (B) 10 (C) 20 (D) 30 (E) 40

15. At the University of Humanities you can study languages, history and philosophy.

35 % of students that study languages, study English.

13 % of the university students study a language other than English.

No student studies more than one language.

What percentage of the university students study languages?

Στο Πανεπιστήμιο Ανθρωπιστικών Επιστημών μπορείτε να σπουδάσετε γλώσσες, ιστορία και φιλοσοφία.

Το 35% των φοιτητών που σπουδάζουν γλώσσες, μελετούν αγγλικά.

Το 13% των φοιτητών φοιτούν σε άλλη γλώσσα εκτός από την αγγλική.

Δεν φοιτούν σπουδαστές σε περισσότερες από μία γλώσσες.

Ποιο ποσοστό των φοιτητών σπουδάζουν τις γλώσσες;

- (A) 13 % (B) 20 % (C) 22 % (D) 48 % (E) 65 %

16. Peter wanted to buy a book, but he didn't have any money. He bought it with the help of his father and his two brothers. His father gave him half of the amount given by his brothers. His elder brother gave him one third of what the others gave. The younger brother gave him 10 EUR. What was the price of the book?

Ο Πέτρος ήθελε να αγοράσει ένα βιβλίο, αλλά δεν είχε χρήματα.

Το αγόρασε με τη βοήθεια του πατέρα του και των δύο αδελφών του.

Ο πατέρας του έδωσε το μισό του ποσού που έδωσαν οι αδελφοί του.

Ο μεγαλύτερος αδερφός του έδωσε το ένα τρίτο αυτού που έδωσαν οι άλλοι.

Ο μικρότερος αδερφός του έδωσε 10 ευρώ.

Ποια ήταν η τιμή του βιβλίου;

- (A) 24 EUR (B) 26 EUR (C) 28 EUR (D) 30 EUR (E) 32 EUR

17. How many 3-digit numbers are there with the property that the 2-digit number obtained by deleting the middle digit, is equal to one ninth of the original 3-digit number?

Πόσοι τριψήφιοι αριθμοί υπάρχουν με την ιδιότητα ο διψήφιος αριθμός που προκύπτει διαγράφοντας το μεσαίο ψηφίο, είναι ίσος με ένα ένατο του αρχικού τριψήφιου αριθμού;

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. In the calculation shown, how many times does the term 2018^2 appear inside the square root to make the calculation correct?

Στον υπολογισμό που παρουσιάζεται, πόσες φορές ο όρος 2018^2 εμφανίζεται μέσα στην τετραγωνική ρίζα για να γίνει ο υπολογισμός σωστός;

$$\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^{10}$$

- (A) 5 (B) 8 (C) 18 (D) 2018^8 (E) 2018^{18}

19. How many digits has the number resulting from this calculation:

Πόσα ψηφία έχει ο αριθμός που προκύπτει από αυτόν τον υπολογισμό:

$$\frac{1}{9} \times 10^{2018} \times (10^{2018} - 1)?$$

- (A) 2017 (B) 2018 (C) 4035 (D) 4036 (E) 4037

20. There are two diagonals drawn in a regular 2018-gon with its vertices numbered from 1 to 2018.

One diagonal connects the vertices with the numbers 18 and 1018, the other connects the vertices with the numbers 1018 and 2000. How many vertices do the resulting three polygons have?

Υπάρχουν δύο διαγώνιες σε ένα κανονικό 2018γωνα με τις κορυφές του αριθμημένες από το 1 έως το 2018.

Μια διαγώνιος συνδέει τις κορυφές με τους αριθμούς 18 και 1018, η άλλη συνδέει τις κορυφές με τους αριθμούς 1018 και 2000. Πόσες κορυφές έχουν τα τρία πολύγωνα που προκύπτουν;

- (A) 38, 983, 1001 (B) 37, 983, 1001 (C) 38, 982, 1001
(D) 37, 982, 1000 (E) 37, 983, 1002

5 point problems(προβλήματα 5 μονάδων)

21. Several integers are written on a blackboard, including the number 2018. The sum of all these integers is 2018. The product of these integers is also 2018. Which of the following could be the number of integers written on the blackboard?
 Αρκετοί ακέραιοι γράφονται σε μαυροπίνακα, συμπεριλαμβανομένου του αριθμού 2018. Το άθροισμα όλων αυτών των ακεραίων είναι το 2018. Το γινόμενο αυτών των ακεραίων είναι επίσης το 2018.
 Ποιο από τα παρακάτω μπορεί να είναι ο αριθμός των ακεραίων που γράφτηκε στον μαυροπίνακα;

- (A) 2016 (B) 2017 (C) 2018 (D) 2019 (E) 2020

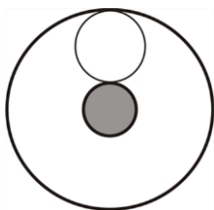
22. Four positive numbers are given. You choose three of them, calculate their arithmetic mean and then add the fourth number. This can be done in four different ways. The results are 17, 21, 23 and 29 respectively. What is the largest of the given four numbers?
 Δίδονται τέσσερις θετικοί αριθμοί. Επιλέγετε τρεις από αυτούς, υπολογίζετε τον αριθμητικό τους μέσο και στη συνέχεια προσθέτετε τον τέταρτο αριθμό. Αυτό μπορεί να γίνει με τέσσερις διαφορετικούς τρόπους. Τα αποτελέσματα είναι 17, 21, 23 και 29 αντίστοιχα. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος από τους τέσσερις αριθμούς;

- (A) 12 (B) 15 (C) 21 (D) 24 (E) 29

23. The points A_0, A_1, A_2, \dots lie on a line such that $A_0 A_1 = 1$ and the point A_n is the midpoint of the segment $A_{n+1}A_{n+2}$ for every non-negative integer n . What is the length of the segment A_0A_{11} ?
 Τα σημεία A_0, A_1, A_2, \dots βρίσκονται σε μια γραμμή τέτοια ώστε $A_0 A_1 = 1$ και το σημείο A_n είναι το μεσαίο σημείο του τμήματος $A_{n+1}A_{n+2}$ για κάθε μη αρνητικό ακέραιο n . Ποιο είναι το μήκος του τμήματος A_0A_{11} ;

- (A) 171 (B) 341 (C) 512 (D) 587 (E) 683

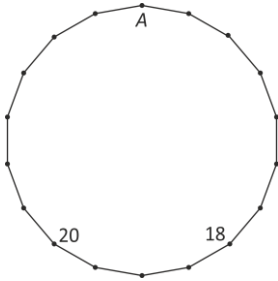
24. Two concentric circles of radii 1 and 9 make a ring. In the interior of this ring n circles are drawn without overlapping, each being tangent to both of the circles of the ring (an example of such shape for $n = 1$ and different radii is shown in the picture). What is the largest possible value for n ?
 Δύο ομόκεντροι κύκλοι ακτίνων 1 και 9 σχηματίζουν δακτύλιο. Στο εσωτερικό αυτού του δακτυλίου, σχεδιάζονται n κύκλοι χωρίς επικαλύψεις, όπου κάθε ένας είναι εφαπτόμενος και στους δύο κύκλους του δακτυλίου. (ένα παράδειγμα τέτοιου σχήματος για $n = 1$ και διαφορετικές ακτίνες φαίνεται στην εικόνα). Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή του n ;



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

25. At each vertex of the 18-gon in the picture a number should be written which is equal to the sum of the numbers at the two adjacent vertices. Two of the numbers are given. What number should be written at the vertex A?

Σε κάθε κορυφή του 18-γωνου στην εικόνα πρέπει να γραφτεί ένας αριθμός ο οποίος να είναι ίσος με το άθροισμα των αριθμών στις δύο παρακείμενες κορυφές. Δύο από τους αριθμούς δίνονται. Ποιος αριθμός πρέπει να γραφτεί στην κορυφή A;



- (A) 2018 (B) -20 (C) 18 (D) 38 (E) -38

26. Diana draws a rectangular grid of 12 squares on squared paper. Some of the squares are painted black. In each blank square she writes the number of black squares that share a side with it. The figure shows an example. Now she does the same in a rectangular grid with 2018 squares.

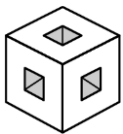
What is the maximum value that she can obtain as the result of the sum of all the numbers in the grid?
 Η Ντίνα σχεδιάζει ένα ορθογώνιο πλέγμα 12 τετραγώνων σε τετράγωνο χαρτί. Μερικά από τα τετράγωνα είναι βαμμένα μαύρα. Σε κάθε κενό τετράγωνο γράφει τον αριθμό των μαύρων τετραγώνων που μοιράζονται μια πλευρά μαζί του. Το σχήμα δείχνει ένα παράδειγμα. Τώρα κάνει το ίδιο σε ορθογώνιο πλέγμα με 2018 τετράγωνα. Ποια είναι η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει ως αποτέλεσμα του αθροίσματος όλων των αριθμών στο πλέγμα;

1		2	1
0	3		
1		2	1

- (A) 1262 (B) 2016 (C) 2018 (D) 3025 (E) 3027

27. Seven small cubes have been deleted from a $3 \times 3 \times 3$ cube (see the picture). We cut this cube by the plane passing through the centre of the cube and perpendicular to one of its four big diagonals. What will the cross-section look like?

Επτά μικροί κύβοι έχουν αφαιρεθεί από έναν κύβο $3 \times 3 \times 3$ (δείτε την εικόνα). Κόβουμε αυτόν τον κύβο από το επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο του κύβου και είναι κάθετο σε μία από τις τέσσερις μεγάλες διαγώνιες του. Ποια θα είναι η τομή;



- (A) (B) (C) (D) (E)

28. Each number of the set $\{1,2,3,4,5,6\}$ is written exactly into one cell of a 2×3 table. In how many ways can this be done such that in each row and in each column the sum of the numbers is divisible by 3?

Κάθε αριθμός του συνόλου $\{1,2,3,4,5,6\}$ γράφεται ακριβώς σε ένα κελί ενός πίνακα 2×3 . Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό έτσι ώστε σε κάθε γραμμή και σε κάθε στήλη το άθροισμα των αριθμών να διαιρείται με το 3;

- (A) 36 (B) 42 (C) 45 (D) 48 (E) another number(άλλος αριθμός)

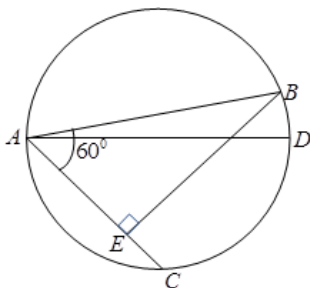
29. Ed made a large cube by gluing together a number of small identical cubes and then he painted some of the faces of the large cube. His sister Nicole dropped the cube and it broke into the original small cubes. 45 of these small cubes didn't have any painted faces. How many faces of the large cube did Ed paint?

Ο Εδουάρδος έκανε έναν μεγάλο κύβο κολλώντας μαζί έναν αριθμό πανομοιότυπων κύβων και έπειτα μπογιάτισε μερικές από τις έδρες του μεγάλου κύβου. Η αδελφή του Νικολέτα έριξε τον κύβο και έσπασε στους αρχικούς μικρούς κύβους. 45 από αυτούς τους μικρούς κύβους δεν είχαν μπογιάτισμένες έδρες. Πόσες έδρες του μεγάλου κύβου μπογιάτισε ο Εδουάρδος;

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

30. Two chords AB and AC are drawn in a circle with diameter AD . The angle $\angle BAC = 60^\circ$, $BE \perp AC$, $AB = 24\text{cm}$, $EC = 3\text{cm}$. What is the length of the chord BD ?

Δύο χορδές AB και AC σχεδιάζονται σε έναν κύκλο με διάμετρο AD . Η γωνία $\angle BAC = 60^\circ$, $BE \perp AC$, $AB = 24\text{cm}$, $EC = 3\text{cm}$. Ποιο είναι το μήκος της χορδής BD ;



- (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) 3 (D) $2\sqrt{3}$ (E) $3\sqrt{2}$