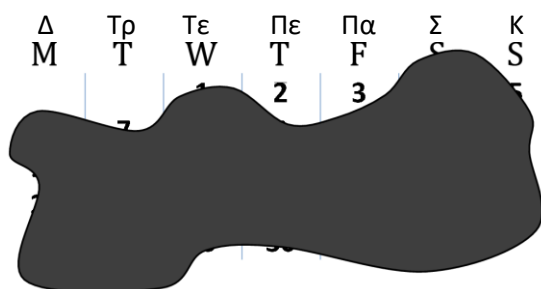


KSF 2018 - Kangourou Mathematics Student Level 11-12**3 point problems(προβλήματα 3 μονάδων)**

1. The picture shows the calendar of a certain month of the year. Unfortunately some ink fell on the calendar and most of it cannot be seen.

Which day of the week was the 27th of that month?

Η εικόνα δείχνει το ημερολόγιο ενός συγκεκριμένου μήνα του έτους. Δυστυχώς κάποιο μελάνι έπεσε στο ημερολόγιο και το μεγαλύτερο μέρος του δεν μπορεί να φανεί. Ποια ημέρα της εβδομάδας ήταν η 27η του μήνα;



- (A) Monday (B) Wednesday (C) Thursday (D) Saturday (E) Sunday
(A) Δευτέρα (B) Τετάρτη (C) Πέμπτη (Δ) Σάββατο (Ε) Κυριακή

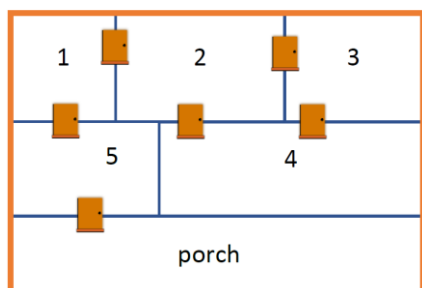
2. Which of the following numerical expressions has the highest value?

Ποια από τις παρακάτω αριθμητικές εκφράσεις έχει τη μεγαλύτερη τιμή;

- (A) $2 - 0 \cdot 1 + 8$ (B) $2 + 0 \cdot 1 \cdot 8$ (C) $2 \cdot 0 + 1 \cdot 8$
(D) $2 \cdot (0 + 1 + 8)$ (E) $2 \cdot 0 + 1 + 8$

3. The figure shows the floor plan of Renate's house. Renate enters her house from the porch and walks through each door exactly once. In which room does she end up?

Η εικόνα δείχνει την κάτοψη του σπιτιού της Ρενάτας. Η Ρενάτα εισέρχεται στο σπίτι της από τη βεράντα και περνάει μέσα από κάθε πόρτα ακριβώς μία φορά. Σε ποιο δωμάτιο καταλήγει;



← βεράντα

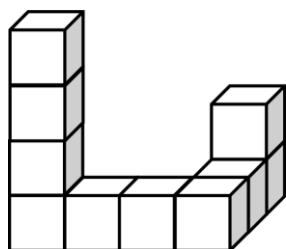
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4. Thor has seven stones and a hammer. Every time he hits a stone with the hammer it breaks into exactly five smaller stones. He does this several times. Which of the following numbers could be the number of stones he may end with?

Ο Θωμάς έχει επτά πέτρες και ένα σφυρί. Κάθε φορά που χτυπά μια πέτρα με το σφυρί, σπάει σε ακριβώς πέντε μικρότερες πέτρες. Το κάνει αυτό αρκετές φορές. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς θα μπορούσε να είναι ο αριθμός των λίθων που μπορεί να έχει τελικά ;

- (A) 17 (B) 20 (C) 21 (D) 23 (E) 25

5. The shape shown is made of 10 cubes glued together. The shape is dipped into a bucket of paint covering the surface entirely. How many of the cubes will be painted on exactly four of their faces? Το σχήμα που φαίνεται είναι κατασκευασμένο από 10 κύβους κολλημένους μεταξύ τους. Το σχήμα βυθίζεται σε έναν κάδο βαφής που καλύπτει πλήρως την επιφάνεια του. Πόσοι από τους κύβους θα βαφτούν σε ακριβώς τέσσερις έδρες τους;



- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

6. The following two statements are true: Some aliens are green, the others are purple. Green aliens live only on Mars. Therefore, it logically follows that

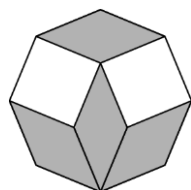
- (A) all aliens live on Mars (B) only green aliens live on Mars. (C) some purple aliens live on Venus. (D) all purple aliens live on Venus. (E) no green aliens live on Venus.

Οι ακόλουθες δύο δηλώσεις είναι αληθείς: Ορισμένοι αλλοδαποί είναι πράσινοι, οι άλλοι είναι μωβ. Οι πράσινοι αλλοδαποί ζουν μόνο στον Άρη. Επομένως, λογικά αυτό σημαίνει

- (A) όλοι οι αλλοδαποί ζουν στον Άρη (B) μόνο οι πράσινοι αλλοδαποί ζουν στον Άρη.
(C) μερικοί μωβ αλλοδαποί ζουν στην Αφροδίτη. (D) όλοι οι μωβ εξωγήινοι ζουν στη Αφροδίτη.
(E) δεν ζουν πράσινοι αλλοδαποί στην Αφροδίτη.

7. Four identical rhombuses and two squares are put together to make a regular octagon. What is the measure of the larger angle of each rhombus?

Τέσσερις πανομοιότυποι ρόμβοι και δύο τετράγωνα τοποθετούνται μαζί για να μας κάνουν ένα κανονικό οκτάγωνο. Ποιο είναι το μέτρο της μεγαλύτερης γωνίας κάθε ρόμβου;



- (A) 135° (B) 140° (C) 144° (D) 145° (E) 150°

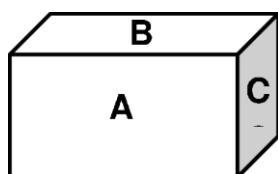
8. There are 65 balls in a box. 8 are white and the rest of the balls are black. In one move, at most 5 balls can be taken out of the box. It is not allowed to put any balls back in the box. What is the smallest number of moves needed to ensure that at least one white ball is taken out?

Υπάρχουν 65 μπάλες σε ένα κουτί. Οι 8 είναι λευκές και οι υπόλοιπες μπάλες είναι μαύρες. Σε μία κίνηση, το πολύ 5 μπάλες μπορούν να βγουν από το κουτί. Δεν επιτρέπεται η επανατοποθέτηση μπαλών στο κουτί.

Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός κινήσεων που απαιτούνται για να εξασφαλιστεί ότι έχει αφαιρεθεί τουλάχιστον μια λευκή μπάλα;

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

9. The faces of a rectangular brick have areas A , B and C as shown. What is the volume of the brick? Οι έδρες ενός ορθογώνιου τούβλου έχουν εμβαδά A , B και C , όπως φαίνεται. Ποιος είναι ο όγκος του τούβλου;



- (A) ABC (B) $\sqrt{ABC}$ (C) $\sqrt{AB + BC + CA}$ (D) $\sqrt{[3]\{ABC\}}$ (E) $2(A + B + C)$

10. In how many ways can the number 1001 be written as the sum of two prime numbers?

Με πόσους τρόπους μπορεί να γραφτεί ο αριθμός 1001 ως το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών ;

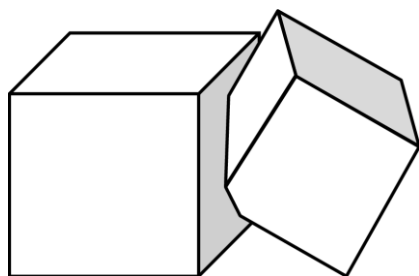
- (A) none (B) one (C) two (D) three (E) more than three
(A) με κανένα (B) ένα (C) δύο (D) τρία (E) περισσότερο από τρεις

4 point problems (προβλήματα 4 μονάδων)

11. Two cubes of volumes V and W intersect. The part of the cube of volume V which is not common to the two cubes is 90% of its volume. The part of the cube of volume W which is not common to the two cubes is 85 % of its volume. What is the relationship between V and W ?

Δύο κύβοι όγκων V και W τέμνονται. Το τμήμα του κύβου του όγκου V που δεν είναι κοινό για τους δύο κύβους είναι το 90% του όγκου του. Το τμήμα του κύβου του όγκου W που δεν είναι κοινό για τους

δύο κύβους είναι το 85% του όγκου του. Ποια είναι η σχέση μεταξύ V και W ;

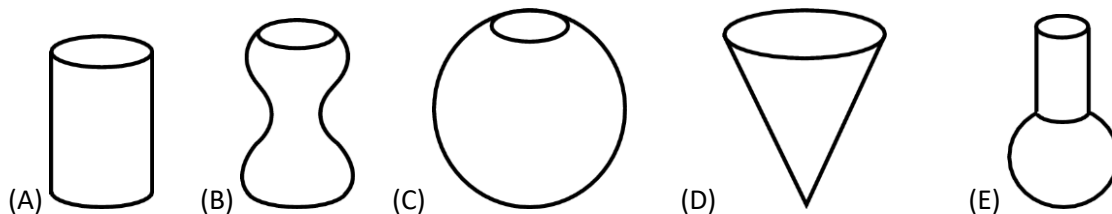
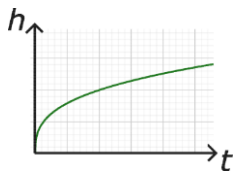


- (A) $V = \frac{2}{3} W$ (B) $V = \frac{3}{2} W$ (C) $V = \frac{85}{90} W$ (D) $V = \frac{90}{85} W$ (E) $V = W$

12. A vase is filled up to the top with water, at a constant rate.

The graph shows the height h of the water as a function of time t . Which of the following could be the shape of the vase?

Ένα βάζο γεμίζεται μέχρι την κορυφή με νερό, με σταθερό ρυθμό. Το γράφημα δείχνει το ύψος h του νερού ως συνάρτηση του χρόνου t . Ποιο από τα παρακάτω μπορεί να είναι το σχήμα του βάζου;

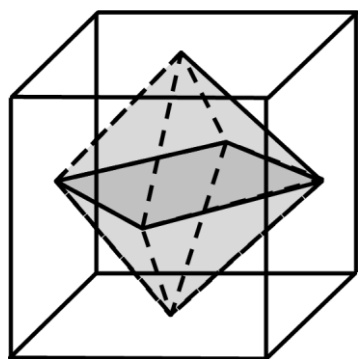


13. $|\sqrt{17} - 5| + |\sqrt{17} + 5| =$

- (A) 10 (B) $2\sqrt{17}$ (C) $\sqrt{34} - 10$ (D) $10 - \sqrt{34}$ (E) 0

14. An octahedron is inscribed in a cube of side length 1. The vertices of the octahedron are at the center of the faces of the cube. What is the volume of the octahedron?

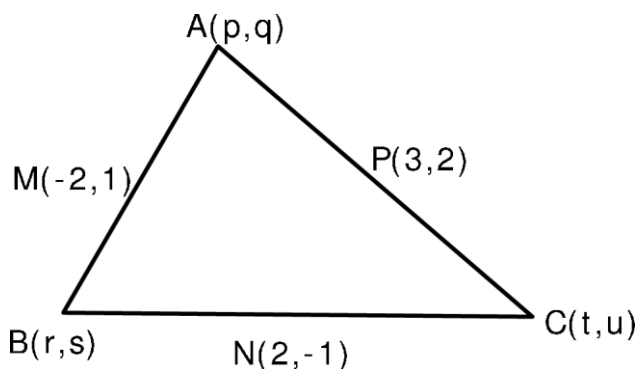
Ένα οκτάεδρο είναι εγγεγραμμένο σε έναν κύβο μήκους πλευράς 1. Οι κορυφές του οκτάεδρου βρίσκονται στο κέντρο των εδρών του κύβου. Ποιος είναι ο όγκος του οκτάεδρου;



- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{1}{8}$

15. The vertices of a triangle are $A(p, q)$, $B(r, s)$ and $C(t, u)$ as shown. The midpoints of the sides of the triangle are the points $M(-2, 1)$, $N(2, -1)$ and $P(3, 2)$. What is the value of $p + q + r + s + t + u$?

Οι κορυφές ενός τριγώνου είναι $A(p, q)$, $B(r, s)$ και $C(t, u)$ όπως φαίνεται. Τα μέσα των πλευρών του τριγώνου είναι τα σημεία $M(-2, 1)$, $N(2, -1)$ και $P(3, 2)$. Ποια είναι η τιμή των $p + q + r + s + t + u$;



- (A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3 (D) 5 (E) none of these(κανένα από αυτά)

16. Five predictions were made before the football match between Real Madrid and Manchester United:

1. The game will not end in a draw;
2. Real Madrid will score;
3. Real Madrid will win;
4. Real Madrid will not lose;
5. Three goals will be scored.

What was the final score of the match Real Madrid - Manchester United if exactly three of the predictions came true?

Πέντε προβλέψεις έγιναν πριν από τον ποδοσφαιρικό αγώνα μεταξύ της Ρεάλ Μαδρίτης και της Μάντσεστερ Γιουνάιτεντ:

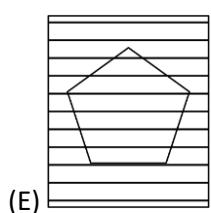
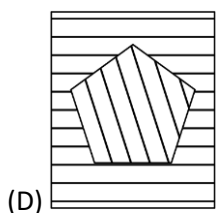
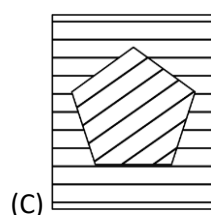
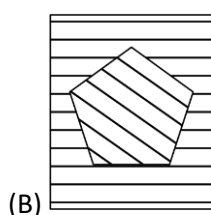
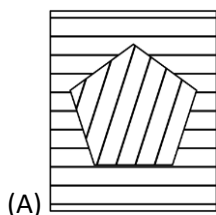
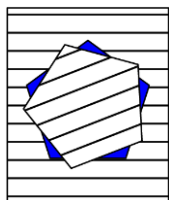
1. Το παιχνίδι δεν τελειώνει σε ισοπαλία.
2. Η Ρεάλ Μαδρίτης θα σκοράρει.
3. Η Ρεάλ Μαδρίτης θα κερδίσει.
4. Η Ρεάλ Μαδρίτης δεν θα χάσει.
5. Τρία γκολ θα σημειωθούν.

Ποιο ήταν το τελικό σκορ του αγώνα Ρεάλ Μαδρίτης - Μάντσεστερ Γιουνάιτεντ εάν ακριβώς τρεις από τις προβλέψεις επαληθευτούν;

- (A) 3-0 (B) 2-1 (C) 0-3 (D) 1-2 (E) this situation is not possible(το σενάριο δεν είναι δυνατό)

17. We cut out a regular pentagon from a parallel lined piece of paper. In each step we rotate the pentagon counterclockwise around its centre by 21° . The situation after the first step is shown. What will we see when the pentagon first fits back in the hole?

Κόβουμε ένα κανονικό πεντάγωνο από ένα χαρτί με παράλληλες γραμμές. Σε κάθε βήμα περιστρέφουμε το πεντάγωνο αριστερόστροφα γύρω από το κέντρο του κατά 21° . Εμφανίζεται παρακάτω η κατάσταση μετά το πρώτο βήμα. Τι θα δούμε όταν το πεντάγωνο για πρώτη φορά επανέρχεται πίσω στην τρύπα;



18. Which of these five numbers does not divide $18^{2017} + 18^{2018}$?

Ποιος από αυτούς τους πέντε αριθμούς δεν διαιρεί τον $18^{2017} + 18^{2018}$;

(A) 8 (B) 18 (C) 28 (D) 38 (E) 48

19. Three of the five cards shown are given to Nadia and the rest to Riny. Nadia multiplies the 3 values of her cards and Riny multiplies the 2 values of his cards. It turns out that the sum of the two resulting products is prime. What is the sum of the values of Nadia's cards?

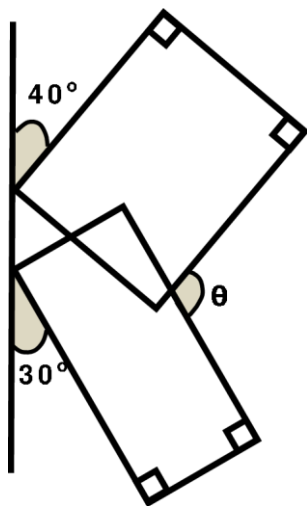
Τρία από τα πέντε φύλλα που φαίνονται δίνονται στη Νάτια και τα υπόλοιπα στη Ρένα. Η Νάτια πολλαπλασιάζει τις 3 τιμές των καρτών της και η Ρένα πολλαπλασιάζει τις 2 τιμές των καρτών της. Αποδεικνύεται ότι το άθροισμα των δύο γινομένων που προκύπτουν είναι πρώτος αριθμός. Ποιο είναι το άθροισμα των τιμών των καρτών της Νάτιας;



(A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 18

20. Two rectangles are inclined to the vertical line at angles 40° and 30° as shown. What is the measure of the angle θ ?

Δύο ορθογώνια είναι κεκλιμένα στην κάθετη γραμμή με γωνίες 40° και 30° όπως φαίνεται. Ποιο είναι το μέτρο της γωνίας θ ;

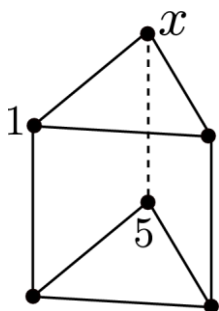


- (A) 105° (B) 120° (C) 130° (D) 135° (E) None of these(κανένα από αυτά)

5 point problems(προβλήματα 5 μονάδων)

21. The prism in the picture is formed of two triangles and three squares. The six vertices are numbered from 1 to 6 in such a way that the sum of the four vertices of each square is the same for all three squares. Numbers 1 and 5 are already shown. What number is at the vertex labelled x ?

Το πρίσμα της εικόνας αποτελείται από δύο τρίγωνα και τρία τετράγωνα. Οι έξι κορυφές αριθμούνται από 1 έως 6 με τέτοιο τρόπο ότι το άθροισμα των τεσσάρων κορυφών κάθε τετραγώνου είναι το ίδιο και για τα τρία τετράγωνα. Οι αριθμοί 1 και 5 εμφανίζονται ήδη. Ποιος αριθμός βρίσκεται στην κορυφή με την ένδειξη x ;



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) the situation is impossible(το σενάριο είναι αδύνατο)

22. m and n are the roots of the equation $x^2 - x - 2018 = 0$. What is the value of $n^2 + m$?

m και n είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - x - 2018 = 0$. Ποια είναι η τιμή του $n^2 + m$;

- (A) 2016 (B) 2017 (C) 2018 (D) 2019 (E) 2020

23. Four brothers named A, B, C and D have different heights. They state the following:

- A: I am neither the tallest nor the shortest.
- B: I am not the shortest.
- C: I am the tallest.
- D: I am the shortest.

Exactly one of them is lying. Who is the tallest?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) We do not have enough information

Τέσσερα αδέρφια με το όνομα Α, Β, Γ και Δ έχουν διαφορετικά ύψη. Δηλώνουν τα εξής:

- Α: Δεν είμαι ούτε ο ψηλότερος ούτε ο κοντύτερος.
- Β: Δεν είμαι ο κοντύτερος.
- Γ: Είμαι ο ψηλότερος.
- Δ: Είμαι ο κοντύτερος.

Ακριβώς ένας από αυτούς λέει ψέματα. Ποιος είναι ο ψηλότερος;

- (A) Α (B) Β (C) Γ (D) Δ (E) Δεν έχουμε αρκετές πληροφορίες

24. Let f be a function such that $f(x + y) = f(x)f(y)$ for all integers x and y . If $f(1) = 1/2$, find the value of $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$.

Έστω ότι f είναι μια συνάρτηση τέτοια ώστε $f(x + y) = f(x)f(y)$ για όλους τους ακέραιους x και y . Εάν $f(1) = 1/2$, να βρείτε την τιμή του $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$.

- (A) $1/8$ (B) $3/2$ (C) $5/2$ (D) $15/8$ (E) 6

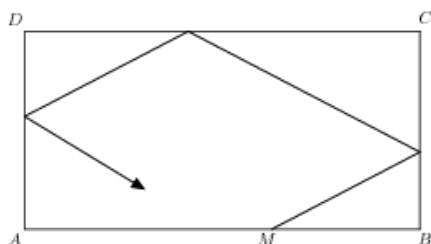
25. A quadratic function $f(x) = x^2 + px + q$ is such that its graph intersects the x -axis and the y -axis in three different points. The circle through these three points intersects the graph of f in a fourth point. What are the coordinates of this fourth point?

Μια τετραγωνική συνάρτηση $f(x) = x^2 + px + q$ είναι τέτοια ώστε το γράφημά της να τέμνει τον άξονα x και τον άξονα y σε τρία διαφορετικά σημεία. Ο κύκλος μέσω αυτών των τριών σημείων τέμνει το γράφημα του f σε ένα τέταρτο σημείο. Ποιες είναι οι συντεταγμένες αυτού του τέταρτου σημείου;

- (A) $(0, -q)$ (B) (p, q) (C) $(-p, q)$ (D) $(-\frac{q}{p}, \frac{q^2}{p^2})$ (E) $(1, p + q + 1)$

26. We are given a rectangular billiard table with sides of length $3m$ and $2m$. A ball is shot from the point M on one of the longer sides. It reflects once on every other side as shown. At what distance from point A will it hit the initial side if $BM = 1,2 m$ and $BN = 0,8 m$?

Μας δίνεται ένα ορθογώνιο τραπέζι μπιλιάρδου με πλευρές μήκους $3 m$ και $2 m$. Μια μπάλα κτυπάται από το σημείο M σε μία από τα μακρύτερες πλευρές. Αντανakλάτε μία φορά σε κάθε άλλη πλευρά όπως φαίνεται. Σε ποια απόσταση από το σημείο A θα χτυπήσει την αρχική πλευρά εάν $BM = 1,2 m$ και $BN = 0,8 m$;



- (A) $1,2 m$ (B) $1,5 m$ (C) $2 m$ (D) $2,8 m$ (E) $1,8 m$

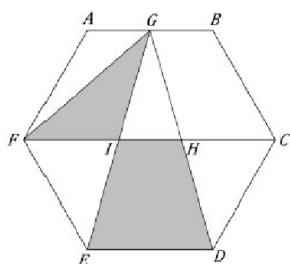
27. How many real solutions does the equation $||4^x - 3| - 2| = 1$ have?

Πόσες πραγματικές λύσεις έχει η εξίσωση $||4^x - 3| - 2| = 1$;

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28. $ABCDEF$ is a regular hexagon. G is the midpoint of AB . H and I are the points of intersection of the segments GD and GE with FC respectively. What is the ratio between the area of the triangle GIF and the area of the trapezoid $IHDE$?

Το $ABCDEF$ είναι ένα κανονικό εξάγωνο. Το G είναι το μέσο της AB . H και I είναι τα σημεία τομής των τμημάτων GD και GE με FC αντιστοίχως. Ποιος είναι ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου GIF και του εμβαδού του τραπεζίου $IHDE$.



- (A) $\{1/2\}$ (B) $\{1/3\}$ (C) $\{1/4\}$ (D) $\{\sqrt{3}/3\}$ (E) $\{\sqrt{3}/4\}$

29. There are 40 % more girls than boys in a class. How many pupils are in this class if the probability that a two-person delegation selected at random consists of a girl and a boy equals $\frac{1}{2}$?

Υπάρχουν 40% περισσότερα κορίτσια από τα αγόρια σε μια τάξη. Πόσοι μαθητές ανήκουν στην τάξη αυτή εάν η πιθανότητα ώστε η αντιπροσωπεία δύο ατόμων που επιλέγεται τυχαία να αποτελείται από ένα κορίτσι και ένα αγόρι ισούται με $1/2$;

(A) 20 (B) 24 (C) 36 (D) 38 (E) This situation is not possible (το σενάριο δεν είναι δυνατό).

30. Archimedes calculated $15!$. The result is written on the board. Unfortunately two of the figures, the second and the tenth, are not visible. Which are these two figures?

Ο Αρχιμήδης υπολόγισε $15!$. Το αποτέλεσμα είναι γραμμένο στον πίνακα. Δυστυχώς δύο από τα ψηφία, το δεύτερο και το δέκατο, δεν είναι ορατά. Ποια είναι αυτά τα δύο ψηφία;

1 ■ 0 7 6 7 4 3 6 ■ 0 0 0

(A) 2 and 0 (B) 4 and 8 (C) 7 and 4 (D) 9 and 2 (E) 3 and 8

(A) 2 και 0 (B) 4 και 8 (C) 7 και 4 (D) 9 και 2 (E) 3 και 8