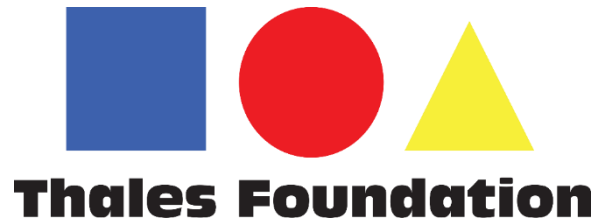




KANGOUROU MATHEMATICS COMPETITION 2020 – PART B
LEVEL 11-12



KANGOUROU MATHEMATICS COMPETITION

PART B

LEVEL 11-12

B' – Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία / Date: 20.06.2020
Ώρα / Time: 16.00-16.45

ΟΔΗΓΙΕΣ / INSTRUCTIONS

1. Η διάρκεια του γραπτού είναι σαράντα πέντε λεπτά.
Test duration is forty five minutes.
2. Είναι δική σας ευθύνη να ελέγξετε ότι το ΕΠΙΠΕΔΟ δοκιμίου σας είναι το σωστό για την ηλικία σας.
It's your responsibility to check that you received the correct paper LEVEL for your age.
3. Το δοκίμιό αποτελείται από 21 ερωτήσεις.
There are 21 questions in this paper.

4. ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ
Ερ. 1-7: 3 βαθμοί
Ερ. 8-14: 4 βαθμοί
Ερ. 15-21: 5 βαθμοί

GRADING

Ques. 1-7: 3 points
Ques. 8-14: 4 points
Ques. 15-21: 5 points

5. ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ
 - Δικαιούστε να χρησιμοποιήσετε στυλό μπλε ή μαύρο ή σκούρο μολύβι.
 - Φύλλα απαντήσεων συμπληρωμένα με οποιοδήποτε άλλο χρώμα **ΑΚΥΡΩΝΟΝΤΑΙ**.
 - Εάν επιλέξετε λάθος απάντηση, τότε βάζετε X και συμπληρώνετε τη σωστή.

ANSWER SHEET

 - You are allowed to use blue or black pen or dark pencil
 - Answer sheets completed with any other colour will be **rejected**.
 - If you want to change a chosen answer, mark with X on top and then mark your new choice.
6. Δεν υπάρχει αρνητική βαθμολογία για λανθασμένες απαντήσεις.
No penalty for wrong answers.
7. Στη τελευταία σελίδα βρίσκεται το ΔΙΠΛΩΜΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ, γι' αυτό συστήνεται να πάρετε μαζί σας το δοκίμιο.
On the last page of your paper there is a Certificate of Participation, so take this paper with you.
8. Κατά τη διάρκεια του διαγωνισμού απαγορεύεται η έξοδος σας από την αίθουσα για οποιοδήποτε λόγο, μέχρι να τελειώσετε.
You are not allowed to exit the room before you finish the test, for any reason.
9. Τα αποτελέσματα του διαγωνισμού θα αναρτηθούν στην ιστοσελίδα μας www.thalescyprus.com περίπου 10 μέρες μετά τη διεξαγωγή του διαγωνισμού.
Results will be announced on our website www.thalescyprus.com in about 10 days after the competition is completed.

Good Luck!

3 point problems (Θέματα 3 μονάδων)

1. Ο Ιωσήφ έχει 100 ποντίκια, καθένα από αυτά είναι λευκό ή γκρίζο. Τουλάχιστον ένα από τα ποντίκια του Ιωσήφ είναι γκρίζο και από οποιαδήποτε επτά από τα ποντίκια του, τουλάχιστον τέσσερα είναι λευκά. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός γκρίζων ποντικιών που μπορεί να έχει ο Ιωσήφ;

Josef has 100 mice, each of them is either white or grey. At least one of Josef's mice is grey and out of any seven of his mice at least four are white. What is the largest possible number of grey mice Josef can have?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 3 (E) 99

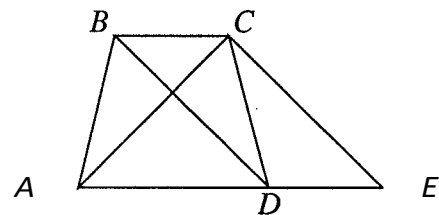
2. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός στερεών σφαιρών ακτίνας 1 cm που μπορούν να τοποθετηθούν σε ένα κυβικό κουτί όγκου 64 cm^3 ;

What is the maximum number of solid balls of radius 1 cm that can be included in a cubic box of volume 64 cm^3 ?

- (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 64 (E) 128

3. Στο σχήμα, $BC \parallel AE$, $BD \parallel CE$. Έστω x το εμβαδό του τετράπλευρου ABCD και y το εμβαδό του τριγώνου ACE. Τότε ισχύει,

In the figure, $BC \parallel AE$, $BD \parallel CE$. Let x be the area of quadrilateral ABCD and y the area of triangle ACE. Then it is true that,



- (A) $x = y$ (B) $x = 2y$ (C) $y = 2x$
(D) $y = 3x$ (E) $x = 3y$

4. Ο αριθμός των τετράδων θετικών ακέραιων x, y, z, t που ικανοποιούν τον όρο $x < y < z < t$, και που είναι λύσεις της εξίσωσης $xyzt - 1 = 2001$, ισούται με,

The number of quadruples of positive integers x, y, z, t satisfying the condition $x < y < z < t$, which are solutions of the equation $xyzt - 1 = 2001$, is equal to,

- (A) 10 (B) 7 (C) 6 (D) 4 (E) 1

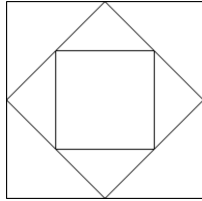
5. Δύο ποδηλάτες ξεκινούν από το ίδιο σημείο στις 14:10. Το πρώτο πηγαίνει βόρεια με ταχύτητα 32 km/h, το δεύτερο πηγαίνει ανατολικά με ταχύτητα 24 km/h. Τι ώρα θα έχουν απόσταση μεταξύ τους 130 km;

Two bicyclists start at the same place at 14:10. The first one goes north with the speed of 32 km/h, the second one goes east with the speed of 24 km/h. At what time will the distance between them is 130 km?

- (A) 16:10 (B) 16:20 (C) 17:10 (D) 17:25 (E) 17:35

6. Το διάγραμμα δείχνει τρία τετράγωνα, δύο από τα οποία σχηματίζονται ενώνοντας τα μέσα σημεία των πλευρών ενός μεγαλύτερου τετραγώνου. Το εμβαδό του μικρότερου τετραγώνου είναι 4 cm^2 . Ποιο είναι το άθροισμα των εμβαδών των τριών τετραγώνων;

The diagram shows three squares, two of which are formed by joining the midpoints of the sides of a larger square. The area of the smallest square is 4 cm^2 . What is the sum of the areas of the three squares?



- (A) 16 cm^2 (B) 18 cm^2 (C) 24 cm^2 (D) 28 cm^2 (E) 36 cm^2

7. Αν $a + 2b + 3c = 3$ και $a^2 + 4b^2 + 9c^2 = 53$, ποια η τιμή της παράστασης $2ab + 6bc + 3ac$?

If $a + 2b + 3c = 3$ and $a^2 + 4b^2 + 9c^2 = 53$, what is the value of the expression $2ab + 6bc + 3ac$?

- (A) -44 (B) -22 (C) 22 (D) 44 (E) 66

4 point problems (Θέματα 4 μονάδων)

8. Οι επισκέπτες του κινηματογράφου πρέπει να περιμένουν στη γραμμή για περίπου 15 λεπτά εάν υπάρχουν 3 ταμιά ανοιχτά. Εάν ανοίξουν 2 ακόμα ταμιά, πόσα λεπτά μειώνεται ο χρόνος αναμονής;

The visitors of cinema have to wait in the line for approximately 15 minutes if there are 3 cashiers open.

If 2 more cashiers open, by how many minutes does the waiting time decrease?

- (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

9. Αν $a = 2b$, $c = a + 45$ και $a + 3b + 2c = 675$ τότε $a + b + c =$

If $a = 2b$, $c = a + 45$ and $a + 3b + 2c = 675$ then $a + b + c =$

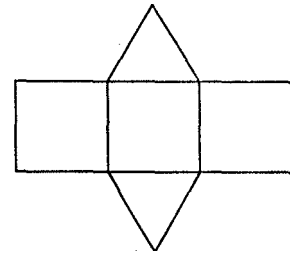
- (A) 65 (B) 130 (C) 175 (D) 195 (E) 370

10. Το σχήμα δείχνει την ανάπτυξη ενός στερεού που αποτελείται από τρία τετράγωνα με πλάτος 4cm και δύο ισόπλευρα τρίγωνα.

Ποιος είναι ο όγκος του στερεού;

The figure shows the development of a solid consisting of three squares with the side 4 cm long and two equilateral triangles.

What is the volume of the solid?



- (A) $16\sqrt{3} \text{ cm}^3$ (B) 32 cm^3 (C) $64\sqrt{3} \text{ cm}^3$ (D) $32\sqrt{3} \text{ cm}^3$ (E) 64 cm^3

11. removed

12. canceled

13. Σε ένα πρωτάθλημα ποδοσφαίρου (κάθε ομάδα έχει παίξει με άλλη ομάδα ακριβώς μία φορά). Το σύνολο των πόντων που προκύπτει έχει ως εξής: ομάδα A-7 πόντοι, B-4 πόντοι, C-3 πόντους, D-3 πόντους. (Σε ένα ποδοσφαιρικό παιχνίδι μια ομάδα κερδίζει 3 πόντους για νίκη, 1 πόντο για ισοπαλία και 0 πόντους για ήττα.) Πώς τελείωσε ο αγώνας μεταξύ A και D;

In one group of a football championship (each team has played each other team exactly once). The resulting points total is as follows: team A-7 points, B-4 points, C-3 points, D-3 points. (In a football game a team gets 3 points for a victory, 1 point for a draw, and 0 points for a loss.) How did the match between A and D end?

- (A) A must have won (ο A πρέπει να κέρδισε)
 (B) it must have been a draw (ήρθαν ισοπαλία)
 (C) D must have won (ο D πρέπει να κέρδισε)
 (D) it depends on the result A versus B (εξαρτάται από το αποτέλεσμα του αγώνα A εναντίον B)
 (E) it depends on the result A versus C (εξαρτάται από το αποτέλεσμα του αγώνα A εναντίον C)

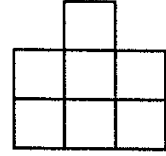
14. Η υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου έχει μήκος 0,9cm και τα μήκη των προσκείμενων πλευρών του είναι a cm και b cm. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ο μικρότερος;

The hypotenuse of a right triangle is 0.9 cm long, and the lengths of its legs are a cm and b cm. Which of the following numbers is the smallest?

- (A) $a^2 + b^2$ (B) $(a + b)^2$ (C) 0,9 (D) a + b (E) ab

5 point problems (Θέματα 5 μονάδων)

15. Στο σχήμα βλέπουμε την όψη ενός κτηρίου από μικρούς κύβους. Μπορείτε να δείτε την ίδια εικόνα από την αριστερή και την μπροστινή όψη. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός κύβων που χρησιμοποιούνται;
In the figure we see the view of a building made of small cubes. You can see the same picture from the left side and the front side. What is the minimum number of cubes used?



- (A) 9 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16

16. Για έναν τριψήφιο αριθμό ABC με $A > B > C$, ποιο είναι το μεγαλύτερο δυνατό άθροισμα ψηφίων του αριθμού $9 \cdot ABC$;

For a 3-digit number ABC with $A > B > C$, what is the largest possible sum of digits of the number $9 \cdot ABC$?

- (A) 9 (B) 18 (C) 27 (D) 36 (E) 45

17. Τα κελιά ενός πλέγματος 43×43 χρωματίζονται σε 4 χρώματα όπως φαίνεται στην εικόνα (κάθε αριθμός 1 έως 4 αντιστοιχεί σε διαφορετικό χρώμα). Ποιο χρώμα χρησιμοποιείται πιο συχνά από τα άλλα τρία;

The cells of a 43×43 grid are coloured in 4 colours as shown in the figure (each number 1 to 4 correspond to a different colour). Which colour is used most often than the other three?

1	2	3	4	1	2	...
2	3	4	1	2	3	...
3	4	1	2	3		...
4	1	2	3			..
1	2	3				..
2	3					...
						..
						..

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) none / κανένα

18. Υπάρχουν δέκα μπάλες με τρία χρώματα: μπλε, πράσινο και κίτρινο. Είναι γνωστό ότι υπάρχουν ακριβώς 360 διαφορετικοί τρόποι για να τοποθετηθούν στη σειρά. Ποιος μπορεί να είναι ο μεγαλύτερος αριθμός από μπλε μπάλες;

There are ten balls of three colors: blue, green and yellow. It is known that there are exactly 360 different ways to put them in a row. What may be the largest number of blue balls?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

19. Πόσα ζεύγη ψηφίων από τα 00, 11, 22, . . . , 88, 99 θα μπορούσαν να είναι τα δύο τελευταία ψηφία ενός τέλειου τετραγώνου;
How many pairs of digits out of 00, 11, 22, . . . , 88, 99 could be the last two digits of a perfect square?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) more than 4 / περισσότερα από 4

20. Δύο άνδρες και δύο αγόρια θέλουν να περάσουν απέναντι σε ένα ποτάμι χρησιμοποιώντας μια μικρή βάρκα, η οποία μπορεί να μεταφέρει είτε δύο αγόρια είτε ένα άνδρα. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός περασμάτων από μια πλευρά του ποταμού στην άλλη που απαιτείται για τη μεταφορά και των τεσσάρων ατόμων;

Two men and two boys want to cross a river using a small boat, that can carry either two boys or one man. What is the smallest number of crossing from one side of the river to another, needed to transport all four persons?

- (A) 3 (B) 5 (C) 9 (D) 11 (E) 13

21. Δίνεται πολυώνυμο $W(x) = (a - x)(b - x)^2$, όπου $a < b$. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = W(x)$ φαίνεται σε ένα από τα παρακάτω σχήματα. Ποιο είναι αυτό;

Given a polynomial $W(x) = (a - x)(b - x)^2$, where $a < b$. The graph of the function $y = W(x)$ is shown in one of the following figures. Which one is this?

