

KANGOUROU MATHEMATICS COMPETITION

ONLINE

Date: 23 May 2020

LEVEL 11-12
Β' – Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Questions 1-10 = 3 points

Questions 11-20 = 4 points

Questions 21-30 = 5 points

3 point problems (Θέματα 3 μονάδων)

1. The sum of the last two digits of the product $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ is

Το άθροισμα των τελευταίων δύο ψηφίων του γινομένου $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ είναι

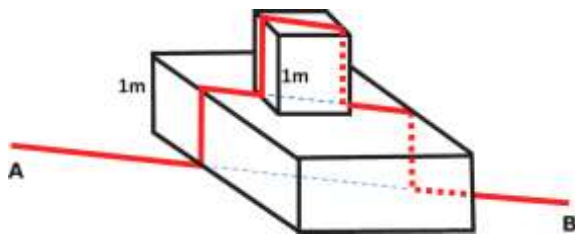
- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 16

2. An ant walked every day on a straight horizontal line path from A to B , which are 5 m apart. One day humans placed on its path two strange obstacles of height 1 m each. Now the ant walks along or above the same straight line except that it now has to climb up and down vertically over both the two obstacles, as in the picture. How long is its path now?

Ένα μυρμήγκι περπάτησε καθημερινά σε μια οριζόντια ευθεία οριζόντια διαδρομή από το A στο B , τα οποία απέχουν 5 μέτρα. Μια μέρα οι άνθρωποι έβαλαν στο δρόμο δύο περίεργα εμπόδια ύψους 1 μ. Το καθένα.

Τώρα το μυρμήγκι περπατά κατά μήκος ή πάνω από την ίδια ευθεία, εκτός από το ότι τώρα πρέπει να ανέβει κάθετα πάνω και κάτω κατακόρυφα στα δύο εμπόδια, όπως στην εικόνα.

Πόσο μήκος είναι η διαδρομή του τώρα;



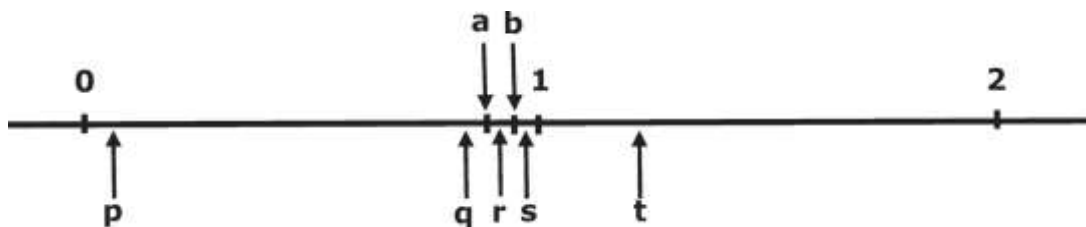
- (A) 7 m (B) 9 m (C) $5 + 4\sqrt{2}$ m (D) $9 - 2\sqrt{2}$ m (E) cannot be calculated (δεν μπορεί να υπολογιστεί)

3. Rene marked as accurately as possible two points a and b on the number line.

Which of the points p, q, r, s, t on the number line best represents their product ab ?

Η Rene σημείωσε όσο το δυνατόν ακριβέστερα δύο σημεία a και b στη γραμμή αριθμών.

Ποια από τα σημεία p, q, r, s, t στη γραμμή αριθμών αντιπροσωπεύει καλύτερα το γινόμενο ab ;

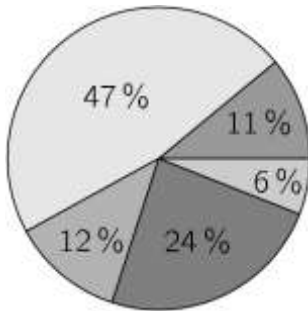


- (A) p (B) q (C) r (D) s (E) t

4. The pie chart shows how the students of my school get to school. Approximately twice as many go by bike as use public transport and roughly the same number come by car as walk. The rest use a moped. What percentage use a moped?

Το κυκλικό διάγραμμα δείχνει πώς οι μαθητές του σχολείου μου φτάνουν στο σχολείο. Περίπου διπλάσιοι ταξιδεύουν με ποδήλατο σε σχέση με αυτούς που χρησιμοποιούν δημόσιες συγκοινωνίες και περίπου ο ίδιος αριθμός που έρχεται με το αυτοκίνητο έρχεται με τα πόδια.

Οι υπόλοιποι χρησιμοποιούν μοτοποδήλατο. Ποιο ποσοστό χρησιμοποιεί μοτοποδήλατο;



- (A) 6 % (B) 11 % (C) 12 % (D) 24 % (E) 47 %

5. The sum of five three-digit numbers is 2664, as shown on the board.

Το άθροισμα των πέντε τριψήφιων αριθμών είναι 2664 , όπως φαίνεται στο πίνακα.

	A	B	C	
	B	C	D	
	C	D	E	
+	D	E	A	
	E	A	B	
<hr/>				
	2	6	6	4

What is the value of $A + B + C + D + E$?

Ποια είναι η τιμή του $A + B + C + D + E$;

- (A) 4 (B) 14 (C) 24 (D) 34 (E) 44

6. What is the value of $\frac{1010^2+2020^2+3030^2}{2020}$?

Ποια είναι η τιμή του $\frac{1010^2+2020^2+3030^2}{2020}$;

- (A) 2020 (B) 3030 (C) 4040 (D) 6060 (E) 7070

7. Let a , b and c be integers satisfying $1 \leq a \leq b \leq c$ and $abc = 1\,000\,000$. What is the largest possible value of b ?

Έστω a , b και c είναι ακέραιοι που ικανοποιούν $1 \leq a \leq b \leq c$ και $abc = 1\,000\,000$. Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή του b ;

- (A) 100 (B) 250 (C) 500 (D) 1000 (E) 2000

8. If D dogs weigh K kilos and E elephants weigh the same as M dogs, how many kilos does one elephant weigh?

Εάν D σκύλοι ζυγίζουν K κιλά και E ελέφαντες ζυγίζουν το ίδιο με M σκυλιά, πόσα κιλά ζυγίζει ένας ελέφαντας;

- (A) $DKEM$ (B) $\frac{DK}{EM}$ (C) $\frac{KE}{DM}$ (D) $\frac{KM}{DE}$ (E) $\frac{DM}{KE}$

9. There are two dice. Each one has two red faces, two blue faces and two white faces.

If we roll both dice together, what is the probability that both show the same color?

Υπάρχουν δύο ζάρια. Το καθένα έχει δύο κόκκινες έδρες, δύο μπλε έδρες και δύο λευκές έδρες.

Εάν ρίξουμε τα δύο ζάρια, ποια είναι η πιθανότητα και τα δύο να δείχνουν το ίδιο χρώμα;

- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{1}{3}$

10. Which of the following numbers is not divisible by 3 for any integer n ?

Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς δεν διαιρείται με το 3 για κάθε ακέραιο n ;

- (A) $5n + 1$ (B) n^2 (C) $n(n + 1)$ (D) $6n - 1$ (E) $n^3 - 2$

4 point problems (θέματα 4 μονάδων)

11. Helen wants to spend 18 consecutive days visiting her Grandma. Her Grandma reads her story books on story days Tuesday, Saturday and Sunday. If Helen wants to spend the greatest amount of story days with her Grandma, on which day of the week should she start her visit?

Η Ελένη θέλει να περάσει 18 συνεχόμενες μέρες στην επίσκεψη στη γιαγιά της. Η γιαγιά της διαβάζει τα ιστορικά της βιβλία σε ημέρες ιστορίας την Τρίτη, το Σάββατο και την Κυριακή.

Αν η Ελένη θέλει να περάσει το μεγαλύτερο ποσό ημερών ιστορίας με τη γιαγιά της, σε ποια ημέρα της εβδομάδας πρέπει να ξεκινήσει την επίσκεψή της;

- (A) Monday (B) Tuesday (C) Friday (D) Saturday (E) Sunday
(A) Δευτέρα (B) Τρίτη (C) Παρασκευή (D) Σάββατο (E) Κυριακή

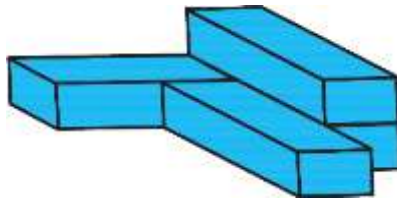
12. Five coins are lying on a table with the "heads" side up. At each step you must turn over exactly three of the coins. What is the least number of steps required to have all the coins their "tails" side up?

Πέντε νομίσματα βρίσκονται σε ένα τραπέζι με την πλευρά "Κορώνα" επάνω. Σε κάθε βήμα πρέπει να αναστρέψετε ακριβώς τρία νομίσματα. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός βημάτων που απαιτούνται για να έχουν όλα τα κέρματα να έχουν την πλευρά "Γράμματα" επάνω;

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) It's not possible(δεν είναι δυνατό)

13. Four identical boxes are glued together to make the shape shown in the picture. If you require 1 liter of paint to paint the outside of one such box, how many liters of paint are required to paint the outside of the glued construction?

Τέσσερα πανομοιότυπα κουτιά είναι κολλημένα μαζί για να κάνουν το σχήμα που φαίνεται στην εικόνα. Αν χρειάζεστε 1 λίτρο χρώματος για να χρωματίσετε απέξω ένα τέτοιο κιβώτιο, πόσα λίτρα χρώματος απαιτούνται για να χρωματίσετε το εξωτερικό της κολλημένης κατασκευής;



- (A) 2.5 (B) 3 (C) 3.25 (D) 3.5 (E) 4

14. Let a , b and c be integers. Which of the following is certainly not equal to $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$? Έστω a , b και c ακέραιοι. Ποιο από τα ακόλουθα είναι σίγουρα άνισο με

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2?$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 6 (E) 8

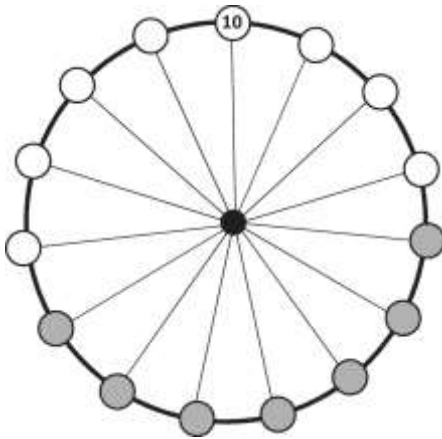
15. The first two digits of a 100-digit integer are 2 and 9. How many digits does the square of this number have? Τα πρώτα δύο ψηφία ενός 100ψηφίου ακέραιου αριθμού είναι 2 και 9. Πόσα ψηφία έχει το τετράγωνο αυτού του αριθμού;



- (A) 101 (B) 199 (C) 200 (D) 201 (E) It cannot be determined(δεν μπορεί να βρεθεί)

16. We have 15 numbers placed on a wheel. Only one of the numbers is visible (a 10 at the top). The sum of the numbers in any 7 consecutive positions on the wheel (such as the grey ones) is the same in all cases. If we add all 15 numbers, exactly how many of the numbers 75, 216, 365, or 2020 are possible totals?

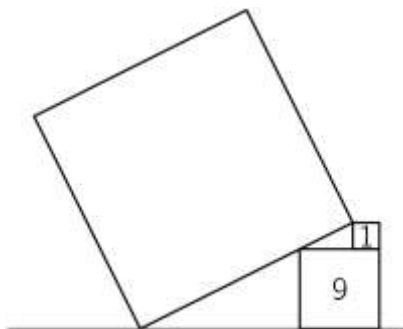
Έχουμε 15 αριθμούς τοποθετημένους σε έναν τροχό. Μόνο ένας από τους αριθμούς είναι ορατός (10 στο επάνω μέρος). Το άθροισμα των αριθμών σε κάθε 7 διαδοχικές θέσεις στο τροχό (όπως οι γκριζοί) είναι το ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις. Αν προσθέσουμε και τους 15 αριθμούς, ακριβώς πόσοι από τους αριθμούς 75, 216, 365 ή 2020 είναι πιθανά σύνολα;



- (A) none (B) one (C) two (D) three (E) four
(A) κανένα (B) ένα (C) δύο (D) τρία (E) τέσσερα

17. A square is put on two other squares as shown in the picture. The numbers on the small squares show the area of the squares. What is the area of the big square?

Ένα τετράγωνο τοποθετείται σε δύο άλλα τετράγωνα όπως φαίνεται στην εικόνα. Οι αριθμοί στα μικρά τετράγωνα δείχνουν το εμβαδό των τετραγώνων. Ποιο είναι το εμβαδό του μεγάλου τετραγώνου;



- (A) 49 (B) 80 (C) 81 (D) 82 (E) 100

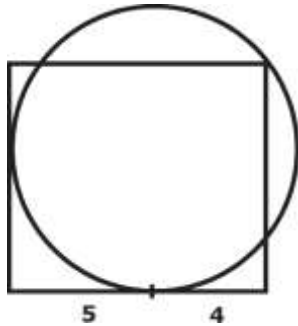
18. The sequence f_n is given by $f_1 = 1$, $f_2 = 3$ and $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ for $n \geq 1$.
How many of the first 2020 elements of the sequence are even?

Η ακολουθία f_n δίνεται από $f_1 = 1$, $f_2 = 3$ και $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ for $n \geq 1$.
Πόσοι από τους πρώτους 2020 όρους της ακολουθίας είναι άρτιοι(ζυγοί);

- (A) 673 (B) 674 (C) 1010 (D) 1011 (E) 1347

19. We are given a rectangle and a circle that touches two of the sides of the rectangle and passes through a vertex, as shown. One of the touching points is at a distance 5 and, respectively, 4 from the adjacent vertices of the rectangle. What is the area of the rectangle?

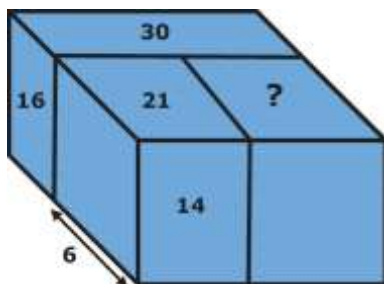
Μας δίδεται ένα ορθογώνιο και ένας κύκλος που αγγίζει δύο από τις πλευρές του ορθογωνίου και διέρχεται από μια κορυφή, όπως φαίνεται. Ένα από τα σημεία επαφής βρίσκεται σε απόσταση 5 και, αντίστοιχα, 4 από τις παρακείμενες κορυφές του ορθογωνίου. Ποιο είναι το εμβαδό του ορθογωνίου;



- (A) $27/\pi$ (B) $25/\pi$ (C) 72
(D) 63 (E) none of the previous(κανένα από τα προηγούμενα)

20. Three cuboids are arranged to make a larger cuboid as in the figure. The width of one of them is 6 and the areas of some of their faces are 14, 21, 16, 30, as shown. What is the area of the face with the question mark?

Τρία κυβοειδή είναι διατεταγμένα να κάνουν μεγαλύτερο κυβοειδές όπως στην εικόνα. Το πλάτος ενός από αυτά είναι 6 και τα εμβαδά μερικών από τις έδρες είναι 14, 21, 16, 30, όπως φαίνεται. Ποιο είναι το εμβαδό της έδρας με το σύμβολο ?;

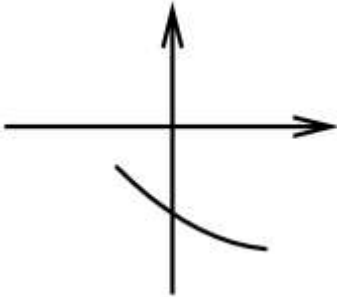


- (A) 18 (B) 24 (C) 28 (D) 30 (E) cannot be determined(δεν μπορεί να βρεθεί)

5 point problems(θέματα 5 μονάδων)

21. The figure shows a section of the parabola with equation $y = ax^2 + bx + c$. Which of the following numbers is positive?

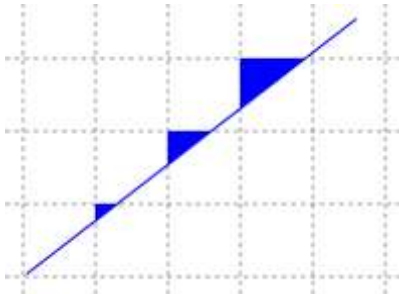
Το σχήμα δείχνει ένα τμήμα της παραβολής με την εξίσωση $y = ax^2 + bx + c$. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι θετικός;



- (A) c (B) $b + c$ (C) ac (D) bc (E) ab

22. A little kangaroo draws a line on a square grid paper and colours in three triangles as shown.

Ένα μικρό καγκουρό σχεδιάζει μια ευθεία σε ένα τετράγωνο χαρτί και χρωματίζει σε τρία τρίγωνα όπως φαίνεται.



Which of the following could be the ratio of the areas of the triangles?

Ποιο από τα παρακάτω μπορεί να είναι ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων;

- (A) 1: 2: 3 (B) 1: 2: 4 (C) 1: 3: 9
(D) 1: 4: 8 (E) None of the previous is correct(Κανένα από τα προηγούμενα δεν είναι σωστό)

23. The length of one of the sides of a rectangular garden is enlarged by 20 % and the length of the other side is enlarged by 50 % so that it has become a square garden as shown in the picture. If the shaded area between the two diagonals is 30 m^2 , what was the area of the original rectangular garden?

Το μήκος μιας από τις πλευρές ενός ορθογώνιου κήπου αυξάνεται κατά 20% και η άλλη πλευρά αυξάνεται κατά 50%, ώστε να γίνει ένας τετράγωνος κήπος όπως φαίνεται στην εικόνα. Εάν το σκιασμένο εμβαδό μεταξύ των δύο διαγωνίων είναι 30 m^2 , ποια ήταν το εμβαδό του αρχικού ορθογώνιου κήπου;



- (A) 60 m^2 (B) 65 m^2 (C) 70 m^2 (D) 75 m^2 (E) 80 m^2

24. A large number N is divisible by all integers from 2 to 11 except for two. Which of the following couples of integers could be these exceptions?

Ένας μεγάλος αριθμός N διαιρείται από όλους τους ακέραιους από 2 έως 11 εκτός από δύο. Ποια από τα ακόλουθα ζεύγη ακεραίων θα μπορούσαν να είναι αυτές οι εξαιρέσεις;

- (A) 2 & 3 (B) 4 & 5 (C) 6 & 7 (D) 7 & 8 (E) 10 & 11

25. In the morning, the ice-cream shop offers 16 flavors. Anna wants to choose a 2-flavor ice cream. In the evening several flavors are sold out and Bella wants to choose a 3-flavor ice cream from those flavors left. Both Anna and Bella can choose from the same number of possible combinations. How many flavors were sold out?

Το πρωί, η παγωταρία προσφέρει 16 γεύσεις. Η Άννα θέλει να επιλέξει ένα παγωτό με 2 γεύσεις. Το βράδυ μερικές γεύσεις έχουν εξαντληθεί και η Bella θέλει να επιλέξει ένα παγωτό με 3 γεύσεις από αυτές που έμειναν. Τόσο η Άννα όσο και η Bella μπορούν να επιλέξουν από τον ίδιο αριθμό πιθανών συνδυασμών. Πόσες γεύσεις εξαντλήθηκαν;

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

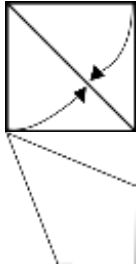
26. Tony has 71 marbles at his disposal in a box. He is allowed to take out exactly 30 marbles from the box or to return exactly 18 marbles to it. If Tony is allowed to apply each operation as many times as he wishes, what is the smallest number of marbles than can be in the box?

Ο Tony διαθέτει 71 μπάλες στη διάθεσή του σε ένα κουτί. Μπορεί να πάρει ακριβώς 30 μπάλες από το κουτί ή να επιστρέψει ακριβώς 18 μπάλες σε αυτό. Εάν επιτρέπεται στον Tony να εφαρμόζει κάθε πράξη όσες φορές επιθυμεί, ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός μπαλών που μπορεί να είναι στο κουτί;

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

27. Wajda took a square piece of paper of side 1 and folded two of its sides to the diagonal (see image), obtaining a quadrilateral. What is the area of this quadrilateral?

Ο Wajda πήρε ένα τετράγωνο κομμάτι χαρτί πλευράς 1 και διπλώνει δύο από τις πλευρές του στη διαγώνιο (βλέπε εικόνα), αποκτώντας ένα τετράπλευρο. Ποιο είναι το εμβαδό αυτού του τετράπλευρου;



- (A) $2 - \sqrt{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2} - 1$ (D) $\frac{7}{10}$ (E) $\frac{3}{5}$

28. An iceberg has the shape of a cube. Exactly 90% of its volume is hidden below the surface of the water. Three edges of the cube are partially visible over the water. The visible parts of these edges are 24m, 25m and 27m. How long is an edge of the cube?

Ένα παγόβουνο έχει το σχήμα ενός κύβου. Ακριβώς το 90% του όγκου του είναι κρυμμένο κάτω από την επιφάνεια του νερού. Τρεις ακμές του κύβου είναι μερικώς ορατές πάνω από το νερό. Τα ορατά μέρη αυτών των ακμών είναι 24m, 25m και 27m. Πόσο μήκος έχει μια ακμή του κύβου;

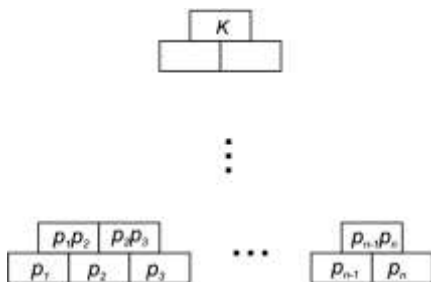
- (A) 30 m (B) 33 m (C) 34 m (D) 35 m (E) 39 m

29. There are n different prime numbers in the bottom row of the table from left to right as p_1 to p_n . The product of two numbers next to each other in the same row will be placed in the box exactly above them. A number $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$ is in the box in top row.

If $\alpha_2 = 8$, how many numbers in the table are divisible by the number p_4 ?

Υπάρχουν n διαφορετικοί πρώτοι αριθμοί στην κάτω σειρά του πίνακα από τα αριστερά προς τα δεξιά ως p_1 έως p_n . Το γινόμενο των δύο αριθμών που βρίσκονται δίπλα το ένα στο άλλο στην ίδια σειρά θα τοποθετηθούν στη θέση ακριβώς πάνω από αυτά. Ένας αριθμός

$K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$ βρίσκεται στο κουτί στην πάνω σειρά. Αν $\alpha_2 = 8$, πόσοι αριθμοί στον πίνακα διαιρούνται με τον αριθμό p_4 ;



- (A) 4 (B) 16 (C) 24 (D) 28 (E) 36

30. Adam and Britt try to find out which of the following figures is Carl's favourite. Adam knows that Carl has told Britt its shape. Britt knows that Carl has told Adam its colour. Then the following conversation takes place. Adam: "I don't know Carl's favourite figure and I know that Britt doesn't know it either." Britt: "At first I didn't know Carl's favourite figure, but now I do." Adam: "Now I know it too." Which figure is Carl's favourite?

Ο Αδάμος και ο Βασίλης προσπαθούν να βρουν ποιο είναι το αγαπημένο σχήμα του Κάρολου. Ο Αδάμος γνωρίζει ότι ο Κάρολος έχει πει στον Βασίλη το σχήμα του. Ο Βασίλης ξέρει ότι ο Κάρολος έχει πει στον Αδάμο το χρώμα του. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται η ακόλουθη συζήτηση. Αδάμος: "Δεν ξέρω το αγαπημένο σχήμα του Κάρολου και ξέρω ότι ο Βασίλης δεν το ξέρει." Βασίλης: "Στην αρχή δεν ήξερα το αγαπημένο σχήμα του Κάρολου, αλλά τώρα το ξέρω." Αδάμος: "Τώρα το ξέρω και εγώ." Ποιο σχήμα είναι το αγαπημένο του Κάρολου;



- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 