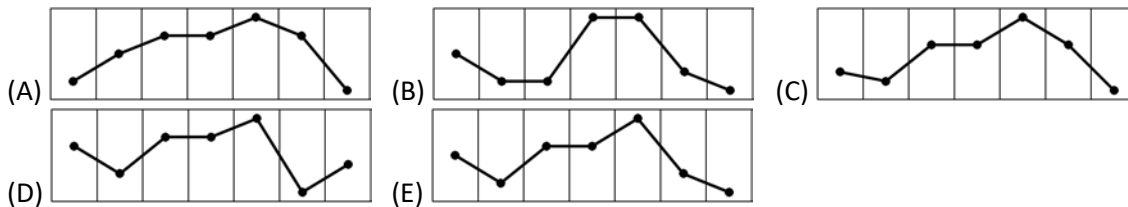
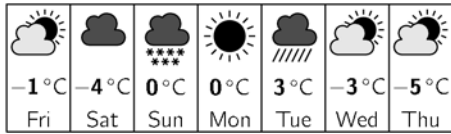


1. Paula looks at her weather app that shows the predicted maximum temperatures for the next seven days, as shown. What does its corresponding graph look like?

Η Πάολα κοιτάζει την εφαρμογή καιρού που δείχνει τις προβλεπόμενες μέγιστες θερμοκρασίες για τις επόμενες επτά ημέρες, όπως φαίνεται. Πώς μοιάζει το αντίστοιχο γράφημα;



2. How many integers are in the interval $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$?

Πόσοι ακέραιοι αριθμοί είναι στο διάστημα $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$;

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

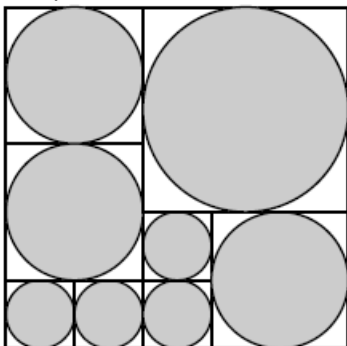
3. A cube with edge length 1 is cut into two identical cuboids. What is the surface area of one of these cuboids?

Ένας κύβος με μήκος ακμή 1 κόβεται σε δύο πανομοιότυπα κυβοειδή. Ποια είναι η επιφάνεια ενός από αυτά τα κυβοειδή;

- (A) $3/2$ (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4. A big square is divided into smaller squares, as shown. A shaded circle is inscribed inside each of the smaller squares. What proportion of the area of the big square is shaded ?

Ένα μεγάλο τετράγωνο χωρίζεται σε μικρότερα τετράγωνα, όπως φαίνεται. Ένας σκιασμένος κύκλος είναι τοποθετημένος σε κάθε ένα από τα μικρότερα τετράγωνα. Τι ποσοστό του μεγάλου τετραγώνου είναι σκιασμένο;

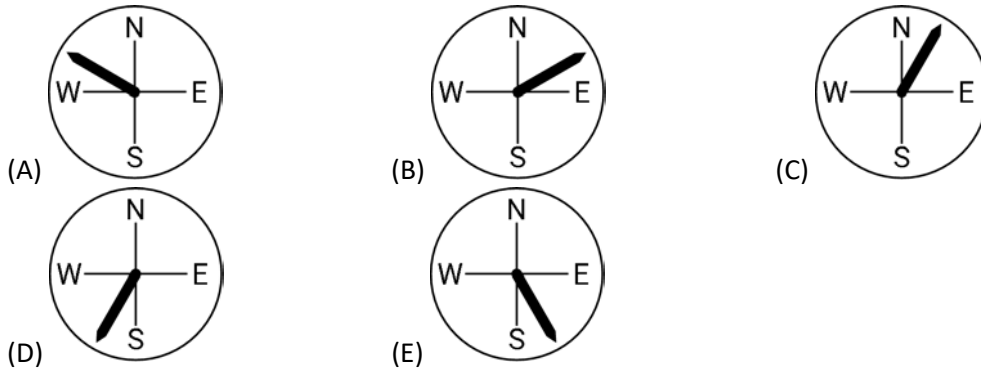


- (A) $\frac{8\pi}{9}$ (B) $\frac{13\pi}{16}$ (C) $\frac{3}{\pi}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{\pi}{4}$

5. After the storm last night the flagpole on our school building is leaning over. Looking from northwest, its tip is to the right of its bottom point. Looking from the east, its tip is also to the right of its bottom point. In which direction could the flagpole be leaning over?

Μετά την καταιγίδα χθες το βράδυ, ο ιστός της σημαίας του σχολείου μας είναι λυγισμένος.

Κοιτάζοντας από βορειοδυτικά, η άκρη του είναι στα δεξιά του κάτω σημείου του. Κοιτάζοντας από τα ανατολικά, η άκρη του είναι επίσης στα δεξιά του κάτω σημείου του. Σε ποια κατεύθυνση θα μπορούσε να κλίνει ο ιστός της σημαίας;



6. A rectangular sheet of paper has length x and width y , where $x > y$. The rectangle may be folded to form the curved surface of a circular cylinder in two different ways. What is the ratio of the volume of the longer cylinder to the volume of the shorter cylinder?

Ένα ορθογώνιο φύλλο χαρτιού έχει μήκος x και πλάτος y , όπου $x > y$. Το ορθογώνιο μπορεί να διπλωθεί για να σχηματίσει την κυρτή επιφάνεια ενός κυκλικού κυλίνδρου με δύο διαφορετικούς τρόπους.

Ποια είναι η αναλογία του όγκου του μακρύτερου κυλίνδρου προς τον όγκο του κοντύτερου κυλίνδρου;

- (A) $y^2 : x^2$ (B) $y : x$ (C) 1:1 (D) $x : y$ (E) $x^2 : y^2$

7. Let $x = \frac{\pi}{4}$. Which of the following numbers is the smallest?

Ας υποθέσουμε ότι το $x = \frac{\pi}{4}$. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ο μικρότερος;

- (A) x^4 (B) x^2 (C) x (D) \sqrt{x} (E) $\sqrt{4x}$

8. How many 3-digit-numbers formed using only the digits 1, 3 and 5 are divisible by 3? You may use digits more than once.

Πόσοι 3ψήφιοι αριθμοί σχηματίζονται χρησιμοποιώντας μόνο τα ψηφία 1, 3 και 5 ώστε να διαιρούνται με το 3; Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα ψηφία περισσότερες από μία φορές.

- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 18 (E) 27

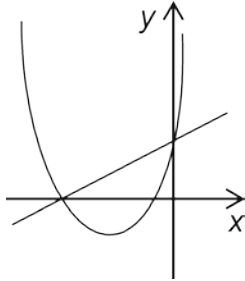
9. What is the area of the triangle whose vertices are (p, q) , $(3p, q)$ and $(2p, 3q)$, where $p, q > 0$?

Ποιο είναι το εμβαδό του τριγώνου των οποίων οι κορυφές είναι (p, q) , $(3p, q)$ και $(2p, 3q)$, όπου $p, q > 0$

- (A) $\frac{pq}{2}$ (B) pq (C) $2pq$ (D) $3pq$ (E) $4pq$

10. The parabola in the figure has an equation $y = ax^2 + bx + c$ for some real a, b and c . Which of the following equations can be an equation of the line in the figure?

Η παραβολή στο σχήμα έχει μια εξίσωση $y = ax^2 + bx + c$ για κάποιους πραγματικούς a, b και c . Ποια από τις ακόλουθες εξισώσεις μπορεί να είναι μια εξίσωση της ευθείας στο σχήμα;



(A) $y = bx + c$
(D) $y = ax + c$

(B) $y = cx + b$
(E) $y = cx + a$

(C) $y = ax + b$

11. What proportion of all the divisors of $7!$ is odd?
Ποια αναλογία των διαιρετών του $7!$ είναι μονοί;

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{5}$

(E) $\frac{1}{6}$

12. If $A = (0,1) \cup (2,3)$ and $B = (1,2) \cup (3,4)$, what is the set of all numbers of the form $a + b$ with a in A and b in B ?

Εάν $A = (0,1) \cup (2,3)$ και $B = (1,2) \cup (3,4)$, ποιο είναι το σύνολο όλων των αριθμών της μορφής $a + b$ με a στο A και b στο B ;

(A) $(1, 7)$

(B) $(1,5) \cup (5, 7)$

(C) $(1,3) \cup (3, 7)$

(D) $(1,3) \cup (3, 5) \cup (5, 7)$

(E) none of the previous/κανένα από τα προηγούμενα

13. How many 3 digit natural numbers have the property that by reversing the order of the digits the number increases by 99?

Πόσοι τριψήφιοι φυσικοί αριθμοί έχουν την ιδιότητα ώστε αντιστρέφοντας τη σειρά των ψηφίων ο αριθμός αυξάνεται κατά 99;

(A) 8

(B) 64

(C) 72

(D) 80

(E) 81

14. The first 1000 positive integers are written in a row in some order and all sums of any three consecutive numbers are calculated. What is the greatest number of odd sums that can be obtained?

Οι πρώτοι 1000 θετικοί ακέραιοι είναι γραμμένοι σε μια γραμμή με κάποια σειρά και τα αθροίσματα οποιονδήποτε τριών διαδοχικών αριθμών υπολογίζονται. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός περιττών αθροισμάτων που μπορούν να βρεθούν;

(A) 997

(B) 996

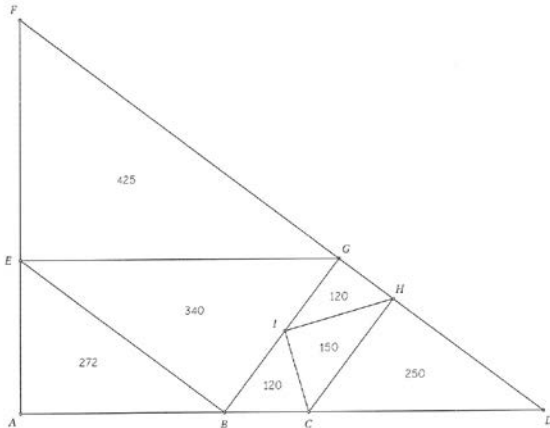
(C) 995

(D) 994

(E) 993

15. A large triangle is divided into smaller triangles as shown. The number inside each small triangle indicates its perimeter. What is the perimeter of the large triangle?

Ένα μεγάλο τρίγωνο χωρίζεται σε μικρότερα τρίγωνα όπως φαίνεται. Ο αριθμός μέσα σε κάθε μικρό τρίγωνο δείχνει την περίμετρο του. Ποια είναι η περίμετρος του μεγάλου τριγώνου;



- (A) 682 (B) 697 (C) 703 (D) 1017 (E) none of the previous

16. In the 5x5 square shown the sum of the numbers in each row and in each column is the same. There is a number in every cell, but some of the numbers are not shown. What is the number in the square marked with a question mark ?

Στο τετράγωνο 5x5 όπως φαίνεται παρακάτω το άθροισμα των αριθμών σε κάθε σειρά και σε κάθε στήλη είναι το ίδιο. Υπάρχει ένας αριθμός σε κάθε κελί, αλλά μερικοί από τους αριθμούς δεν εμφανίζονται. Ποιος είναι ο αριθμός στο τετράγωνο που έχει το σύμβολο ? ;

	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 18 (E) 23

17. For a positive integer N we denote by $p(N)$ the product of the digits of N when written in decimal form. For example $p(23) = 2 \times 3 = 6$. How much is the sum

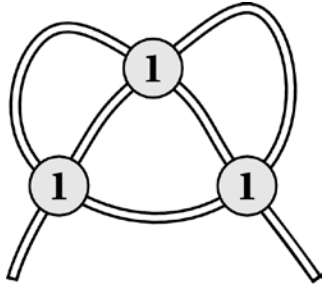
$$p(10) + p(11) + p(12) + \dots + p(99) + p(100) ?$$

Για έναν θετικό ακέραιο N δηλώνουμε με $p(N)$ το προϊόν των ψηφίων του N όταν γράφεται σε δεκαδική μορφή. Για παράδειγμα $p(23) = 2 \times 3 = 6$. Πόσο είναι το άθροισμα

$$p(10) + p(11) + p(12) + \dots + p(99) + p(100)$$

- (A) 2025 (B) 4500 (C) 5005 (D) 5050 (E) none of the previous

18. A piece of string is lying on the table. It is partially covered by three coins as seen in the figure.
Ένα κομμάτι σχοινί βρίσκεται στο τραπέζι. Καλύπτεται εν μέρει από τρία νομίσματα όπως φαίνεται στο σχήμα.



Under each coin the string is equally likely to pass over itself like this:

Κάτω από κάθε νόμισμα το σχοινί είναι εξίσου πιθανό να περάσει τον εαυτό του όπως αυτό:



or like this:

ή σαν αυτό:



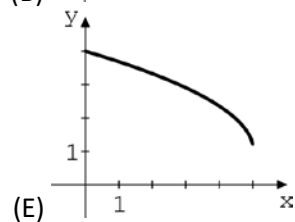
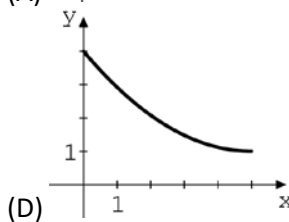
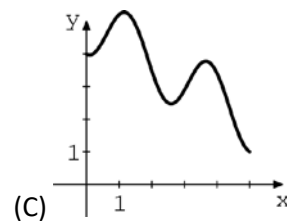
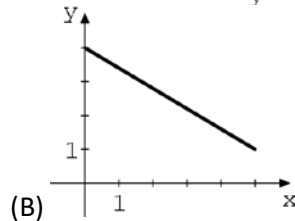
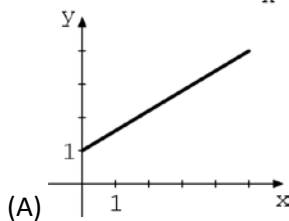
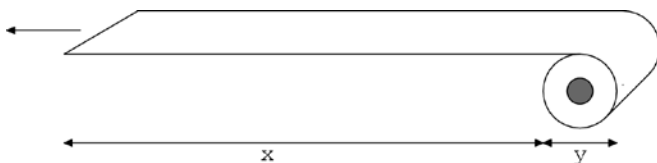
What is the probability that the string is knotted after pulling its ends?

Ποια είναι η πιθανότητα να δεθεί το κορδόνι μετά που θα τραβήξουμε τα άκρα του;

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{8}$

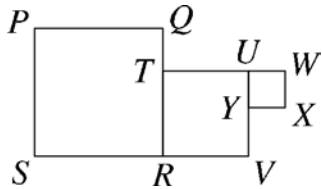
19. A naughty pup grabs the end of a roll of toilet paper and walks away at a constant speed. Which of the functions in graphs below best describes the thickness y of the roll as a function of the unrolled part x ?

Ένα άτακτο κουτάβι αρπάζει το άκρο ενός ρολού χαρτιού τουαλέτας και περπατά μακριά με σταθερή ταχύτητα. Ποια από τις παρακάτω γραφικές συναρτήσεις περιγράφει καλύτερα το πάχος y του ρολού ως συνάρτηση του ξετυλιγμένου τμήματος x ;



20. The diagram shows three squares, $PQRS$, $TRVU$ and $UWXY$. They are placed together, edge to edge. Points P , T and X lie on the same straight line. The area of $PQRS$ is 36 and the area of $TRVU$ is 16. What is the area of triangle PXV ?

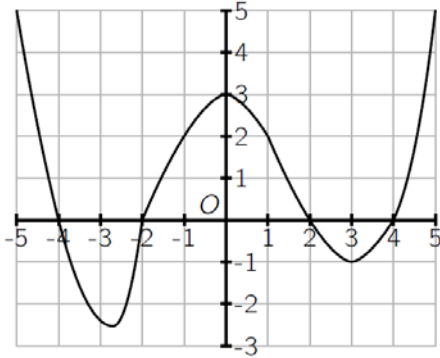
Το διάγραμμα δείχνει τρία τετράγωνα, $PQRS$, $TRVU$ και $UWXY$. Τοποθετούνται μαζί, από άκρη σε άκρη. Τα σημεία P , T και X βρίσκονται στην ίδια ευθεία γραμμή. Το εμβαδό του $PQRS$ είναι 36 και το εμβαδό του $TRVU$ είναι 16. Ποιο είναι το εμβαδό του τριγώνου PXV ;



- (A) $14\frac{2}{3}$ (B) $15\frac{1}{3}$ (C) 16 (D) $17\frac{2}{3}$ (E) 18

21. The figure shows the graph of a function $f: [-5, 5] \rightarrow R$. How many distinct solutions does the equation $f(f(x)) = 0$ have?

Το σχήμα δείχνει το γράφημα μιας συνάρτησης $f: [-5, 5] \rightarrow R$. Πόσες διαφορετικές λύσεις έχει η εξίσωση $f(f(x)) = 0$;



- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

22. The numbers 1, 2, 7, 9, 10, 15 and 19 are written on the blackboard. Two players alternately delete one number each until only one number remains on the board. What is the remaining number if the sum of the numbers deleted by one of the players is twice the sum of the numbers deleted by the other player?

Οι αριθμοί 1, 2, 7, 9, 10, 15 και 19 είναι γραμμένοι στον πίνακα. Δύο παίκτες διαγράφουν εναλλάξ έναν αριθμό έως ότου παραμείνει μόνο ένας αριθμός στον πίνακα. Ποιος είναι ο αριθμός που θα μείνει εάν το άθροισμα των αριθμών που διαγράφονται από έναν παίκτη είναι διπλάσιο από το άθροισμα των αριθμών που διαγράφονται από τον άλλο παίκτη;

- (A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 15 (E) 19

23. $f(x)$ is a function of real numbers such that $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ and $f(1) = 2$.

What is the value of $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$?

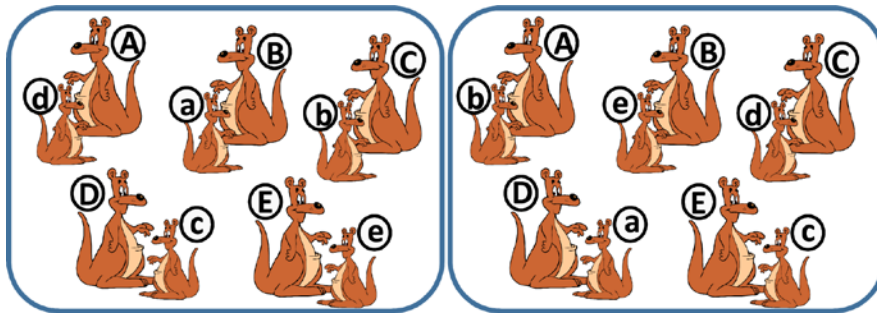
$f(x)$ είναι μια συνάρτηση πραγματικών αριθμών έτσι ώστε $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ και $f(1) = 2$.

Ποια είναι η τιμή του $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$;

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 2020 (E) None of the previous/Κανένα από τα προηγούμενα

24. Five kangaroos named A, B, C, D and E have one child each, named a, b, c, d and e. In the first group photo shown, exactly two of the children are standing next to their mothers. In the second group photo exactly three children are standing next to their mothers. Whose child is a?

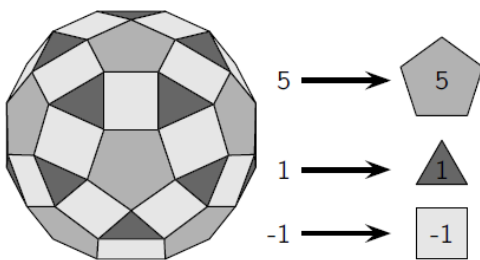
Πέντε καγκουρό με το όνομα A, B, C, D και E έχουν ένα παιδί το καθένα, που ονομάζονται a, b, c, d και e. Στην πρώτη ομαδική φωτογραφία που φαίνεται, ακριβώς δύο από τα παιδιά στέκονται δίπλα στις μητέρες τους. Στη δεύτερη ομαδική φωτογραφία, ακριβώς τρία παιδιά στέκονται δίπλα στις μητέρες τους. Ποιου είναι το παιδί a;



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

25. The solid shown in the next picture has 12 regular pentagonal faces, the other faces being either equilateral triangles or squares. Each pentagonal face is surrounded by 5 square faces and each triangular face is surrounded by 3 square faces. John writes 1 on each triangular face, 5 on each pentagonal face and -1 on each square. What is the total sum of the numbers written on the solid?

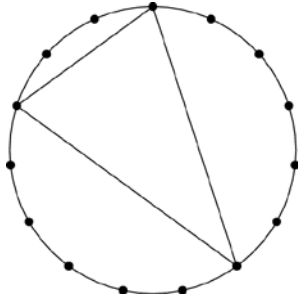
Το στερεό που φαίνεται στην επόμενη εικόνα έχει 12 κανονικές πενταγωνικές έδρες, ενώ οι άλλες έδρες είναι είτε ισόπλευρα τρίγωνα είτε τετράγωνα. Κάθε πενταγωνική έδρα περιβάλλεται από 5 τετραγωνικές έδρες και κάθε τριγωνική έδρα περιβάλλεται από 3 τετραγωνικές έδρες. Ο Γιάννης γράφει 1 σε κάθε τριγωνική έδρα, 5 σε κάθε πενταγωνική έδρα και -1 σε κάθε τετράγωνο. Ποιο είναι το συνολικό άθροισμα των αριθμών που γράφονται στο στερεό;



- (A) 20 (B) 50 (C) 60 (D) 80 (E) 120

26. On a circle 15 points are equally spaced. We can form triangles by joining any three of these. We count two triangles as being the same if they are congruent i.e. one is a rotation and/or a reflection of the other. How many different triangles can be drawn?

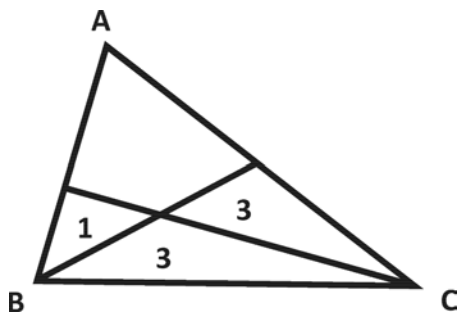
Σε έναν κύκλο, τα 15 σημεία έχουν την ίδια απόσταση. Μπορούμε να σχηματίσουμε τρίγωνα ενώνοντας τρία από αυτά. Υπολογίζουμε ότι τα δύο τρίγωνα είναι τα ίδια εάν είναι ίσα, δηλαδή το ένα είναι μια περιστροφή ή/και αντανάκλαση του άλλου. Πόσα διαφορετικά τρίγωνα μπορούν να σχεδιαστούν;



- (A) 19 (B) 91 (C) 46 (D) 455 (E) 23

27. A triangle ABC is divided by two transversals, as shown. The areas of the smaller triangles are 1, 3 and 3. What is the area of the original triangle?

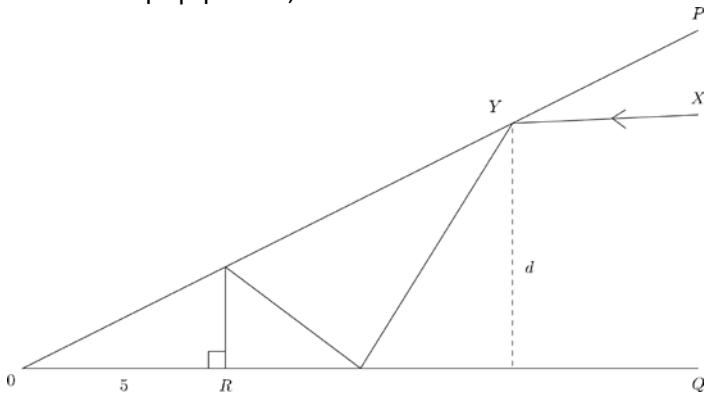
Ένα τρίγωνο ABC διαιρείται με δύο εγκάρσιες, όπως φαίνεται. Τα εμβαδά των μικρότερων τριγώνων είναι 1, 3 και 3. Ποιο είναι το εμβαδό του αρχικού τριγώνου;



- (A) 12 (B) 12.5 (C) 13 (D) 13.5 (E) 14

28. OP and OQ are plane mirrors inclined at an acute angle. A ray of light XY parallel to QO strikes the mirror OP at Y , is reflected and then hits the mirror OQ is then reflected and hits the mirror OP and is then reflected and strikes the mirror OQ at R right angles, as shown. The distance OR is 5 cm. If the ray XY is d cm from the mirror OQ , what is the value of d ?

Τα OP και OQ είναι καθρέφτες κεκλιμένοι σε οξεία γωνία. Μια ακτίνα φωτός XY παράλληλη με το QO χτυπά τον καθρέφτη OP στο Y , αντανακλάται και έπειτα χτυπά τον καθρέφτη OQ και μετά αντανακλάται και χτυπά τον καθρέφτη OP και στη συνέχεια ανακλάται και χτυπά τον καθρέφτη OQ στο R σε ορθές γωνίες, όπως φαίνεται. Η απόσταση OR είναι 5 cm. Εάν η ακτίνα XY είναι d cm από τον καθρέφτη OQ , ποια είναι η τιμή του d ;



- (A) 4 (B) 4.5 (C) 5 (D) 5.5 (E) 6

29. Let $M(k)$ be the maximum value of $|4x^2 - 4x + k|$ for x in the interval $[-1,1]$. If k can be any real number, what is the minimum possible value of $M(k)$?

Ας υποθέσουμε ότι το $M(k)$ είναι η μέγιστη τιμή $|4x^2 - 4x + k|$ για x στο διάστημα $[-1,1]$. Εάν το k μπορεί να είναι οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός, ποια είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή του $M(k)$;

- (A) 4 (B) 9/2 (C) 5 (D) 11/2 (E) 8

30. A certain game is won when one player gets 3 points ahead. Two players A and B are playing the game and at a particular point, A is 1 point ahead. Assuming each player has an equal probability of winning each point, what is the probability that A wins the game?

Ένα συγκεκριμένο παιχνίδι κερδίζεται όταν ένας παίκτης κερδίζει με 3 πόντους διαφορά. Δύο παίκτες A και B παίζουν το παιχνίδι και σε ένα συγκεκριμένο σημείο, ο A είναι 1 βαθμό μπροστά. Υποθέτοντας ότι ο κάθε παίκτης έχει την ίδια πιθανότητα να κερδίσει κάθε πόντο, ποια είναι η πιθανότητα ότι ο A θα κερδίσει το παιχνίδι;

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$