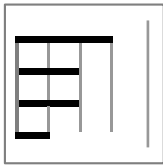


3 points 3 μονάδες

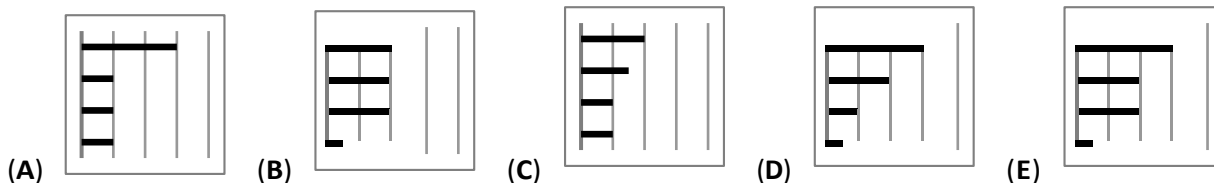
1. On Henry's smartphone, the diagram shows how much time he spent last week on each of his apps.

Στο κινητό τηλέφωνο του Henry, το διάγραμμα δείχνει πόσο χρόνο πέρασε την περασμένη εβδομάδα σε κάθε εφαρμογή του.



The apps are ordered from greatest to least time spent. This week, he spent exactly the same amount of time as last week on two of his apps, but only half as much time on the other two. Which of the diagrams below cannot be the diagram for this week?

Οι εφαρμογές ταξινομούνται από τον μεγαλύτερο στον ελάχιστο χρόνο. Αυτή την εβδομάδα, πέρασε ακριβώς τον ίδιο χρόνο με την περασμένη εβδομάδα σε δύο από τις εφαρμογές του, αλλά μόνο τον μισό χρόνο στις άλλες δύο. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα δεν μπορεί να είναι το διάγραμμα αυτής της εβδομάδας;



2. How many positive three-digit integers are divisible by 13?

Πόσοι θετικοί τριψήφιοι ακέραιοι διαιρούνται με το 13;

- (A) 68 (B) 69 (C) 70 (D) 76 (E) 77

3. Bella is older than Charlie and younger than Lily. Teddy is older than Bella. Which two people could be the same age?

Η Bella είναι μεγαλύτερη από τον Charlie και νεότερη από τη Lily. Ο Teddy είναι μεγαλύτερος από την Bella. Ποια δύο άτομα θα μπορούσαν να έχουν την ίδια ηλικία;

- (A) Charlie & Teddy (B) Teddy & Lily (C) Lily & Charlie
(D) Bella & Lily (E) Teddy & Bella

4. The product of the digits of a 10-digit integer is 15. What is the sum of the digits of this number?

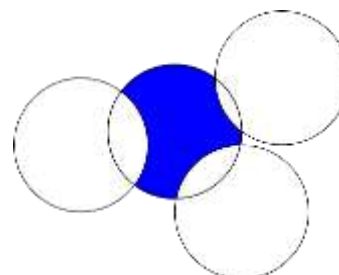
Το γινόμενο των ψηφίων ενός δεκαψήφιου ακεραίου είναι 15. Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων αυτού του αριθμού;

- (A) 8 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 20

5. Four circles, each of radius 1, intersect as shown. What is the perimeter of the shaded region?

Τέσσερις κύκλοι, καθένας με ακτίνα 1, τέμνονται όπως φαίνεται.

Ποια είναι η περίμετρος της σκιασμένης περιοχής;



- (A) π (B) $\frac{3\pi}{4}$ (C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) 2π (E) π^2

6. David writes, in increasing order, all the integers from 2 to 2022 which use only 0 and 2 digits. What is the number in the middle of his list?

Ο David γράφει, με αύξουσα σειρά, όλους τους ακέραιους αριθμούς από το 2 έως το 2022 που χρησιμοποιούν μόνο 0 και 2 ψηφία. Ποιος είναι ο αριθμός στη μέση της λίστας του;

- (A) 200 (B) 220 (C) 222 (D) 2000 (E) 2002

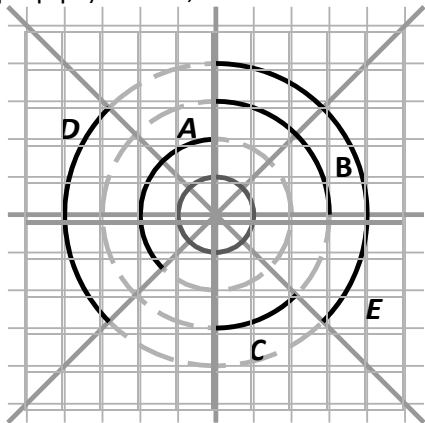
7. How many real solutions does the equation $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$ have?

Πόσες πραγματικές λύσεις έχει η εξίσωση $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$;

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

8. Four lines intersect forming eight equal angles. Which black arc has the same length as the small grey circle?

Τέσσερις ευθείες τέμνονται σχηματίζοντας οκτώ ίσες γωνίες. Ποιο μαύρο τόξο έχει το ίδιο μήκος με τον μικρό γκριζό κύκλο;



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

9. Let a, b, c be non-zero numbers. The numbers $-2a^4b^3c^2$ and $3a^3b^5c^{-4}$ have the same sign. Which of the following is definitely true?

Έστω a, b, c μη μηδενικοί αριθμοί. Οι αριθμοί $-2a^4b^3c^2$ και $3a^3b^5c^{-4}$ έχουν το ίδιο πρόσημο. Ποιο από τα παρακάτω ισχύει σίγουρα;

- (A) $ab > 0$ (B) $b < 0$ (C) $c > 0$ (D) $bc > 0$ (E) $a < 0$

10. Mike has marked the points A, B, C and D in this order on a straight line, as shown in the diagram. Ο Mike έχει σημειώσει τα σημεία A, B, C και D με αυτή τη σειρά σε μια ευθεία γραμμή, όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



The distance between A and C is 12 cm and between B and D is 18 cm. What is the distance between the midpoint of AB and the midpoint of CD ?

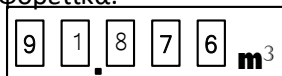
Η απόσταση μεταξύ A και C είναι 12 cm και μεταξύ B και D είναι 18 cm. Ποια είναι η απόσταση μεταξύ του μέσου του AB και του μέσου του CD ;

- (A) 15 cm (B) 12 cm (C) 18 cm (D) 6 cm (E) 9 cm

4 points 4 μονάδες

11. When he looks at the water meter in his bathroom, Tony notices that all the digits on the meter are different.

Όταν κοιτάζει τον μετρητή νερού στο μπάνιο του, ο Τόνι παρατηρεί ότι όλα τα ψηφία του μετρητή είναι διαφορετικά.

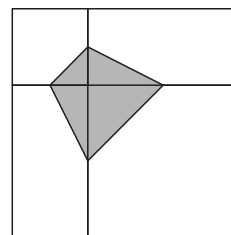


How much water will be used until the next time all the digits on the meter are different?

Πόσο νερό θα χρησιμοποιηθεί μέχρι την επόμενη φορά που όλα τα ψηφία του μετρητή είναι διαφορετικά;

- (A) 0.006m^3 (B) 0.034m^3 (C) 0.086m^3 (D) 0.137m^3 (E) 1.048m^3

12. A large square is divided into two unequal squares and two equal rectangles, as shown. The vertices of the shaded quadrilateral are the midpoints of the sides of the two squares. The area of the shaded quadrilateral is 3. What is the area of the unshaded part of the large square?



Ένα μεγάλο τετράγωνο χωρίζεται σε δύο άνισα τετράγωνα και δύο ίσα ορθογώνια, όπως φαίνεται. Οι κορυφές του σκιασμένου τετράπλευρου είναι τα μέσα των πλευρών των δύο τετραγώνων. Το εμβαδόν του σκιασμένου τετράπλευρου είναι 3. Ποιο είναι το εμβαδόν του μη-σκιασμένου τμήματος του μεγάλου τετραγώνου;

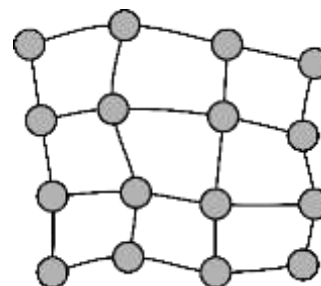
- (A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 21 (E) 24

13. What is the greatest common divisor of $2^{2021} + 2^{2022}$ and $3^{2021} + 3^{2022}$?

Ποιος είναι ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης του $2^{2021} + 2^{2022}$ and $3^{2021} + 3^{2022}$;

- (A) 2^{2021} (B) 1 (C) 2 (D) 6 (E) 12

14. The map shows a region with 16 cities connected by roads. The Government wants to build electricity power plants in some of the cities. Each power plant can provide enough electricity for the city where it is sited and any cities connected to that city by a single road. What is the smallest number of power plants that need to be built?

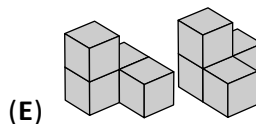
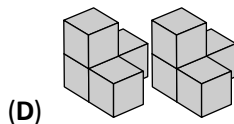
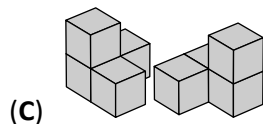
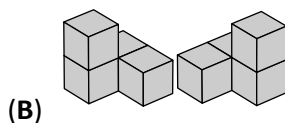
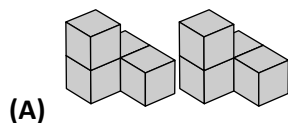
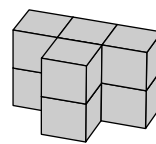


Ο χάρτης δείχνει μια περιοχή με 16 πόλεις που συνδέονται με δρόμους. Η κυβέρνηση θέλει να κατασκευάσει σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας σε ορισμένες από τις πόλεις. Κάθε εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μπορεί να παρέχει αρκετή ηλεκτρική ενέργεια για την πόλη όπου βρίσκεται και οποιεσδήποτε πόλεις συνδέονται με αυτήν την πόλη μέσω ενός μόνο δρόμου. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός σταθμών ηλεκτροπαραγωγής που πρέπει να κατασκευαστούν;

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

15. Which of the pairs of pieces below can be put together to build the shape shown in the diagram to the right?

Ποιο από τα παρακάτω ζεύγη κομματιών μπορεί να συνδεθεί για να δημιουργηθεί το σχήμα που φαίνεται στα δεξιά;



16. Martina is playing in an 8 player tournament. She knows she will beat everyone except Ash, who will beat everybody. In the first round, players are organized randomly into four pairs, and the winner of each match proceeds to the second round. In the second round, there are two matches and the winners of these matches proceed to the final. What is the probability that Martina does not get to the final?

Η Martina παίζει σε τουρνουά 8 παικτών. Ξέρει ότι θα νικήσει τους πάντες εκτός από τον Ash, ο οποίος θα τους νικήσει όλους. Στον πρώτο γύρο, οι παίκτες οργανώνονται τυχαία σε τέσσερα ζευγάρια και ο νικητής κάθε αγώνα προχωρά στον δεύτερο γύρο. Στον δεύτερο γύρο γίνονται δύο αγώνες και οι νικητές αυτών των αγώνων προχωρούν στον τελικό. Ποια είναι η πιθανότητα να μην περάσει η Μαρτίνα στον τελικό;

(A) 1

(B) $1/2$

(C) $2/7$

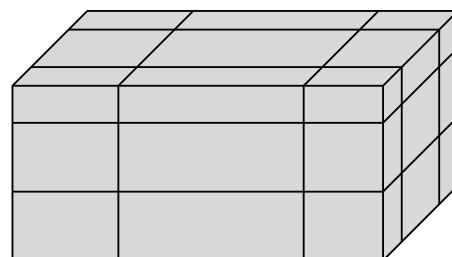
(D) $3/7$

(E) $4/7$

17. A cuboid of surface area S is cut by six planes as shown. Each plane is parallel to a face, but its distance from the face is random. Now the cuboid is separated in 27 smaller parts. What, in terms of S , is the total surface area of all 27 smaller parts?

Ένα κυβοειδές εμβαδού επιφάνειας S κόβεται από έξι επίπεδα όπως φαίνεται. Κάθε επίπεδο είναι παράλληλο σε μια έδρα, αλλά η απόστασή του από την έδρα είναι τυχαία.

Το κυβοειδές χωρίζεται σε 27 μικρότερα μέρη. Ποιο είναι, σε συνάρτηση του S , το συνολικό εμβαδόν επιφάνειας και των 27 μικρότερων τμημάτων;



(A) $2S$ (B) $\frac{5}{2}S$ (C) $3S$ (D) $4S$ (E) none of the previous/κανένα από τα προηγούμενα

18. Five numbers have a mean of 24. The mean of the three smallest numbers is 19 and the mean of the three largest numbers is 28. What is the median of the five numbers?

Πέντε αριθμοί έχουν μέσο όρο 24. Ο μέσος όρος των τριών μικρότερων αριθμών είναι 19 και ο μέσος όρος των τριών μεγαλύτερων αριθμών είναι 28. Ποια είναι η διάμεσος των πέντε αριθμών;

(A) 20

(B) 21

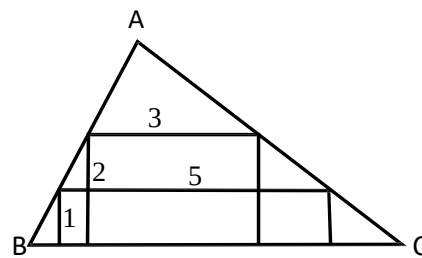
(C) 22

(D) 23

(E) 24

19. Two rectangles are inscribed inside a triangle ABC . The dimensions of the rectangles are 1×5 and 2×3 , respectively, as shown. What is the height of the triangle with base BC ?

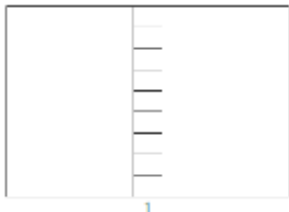
Δύο ορθογώνια είναι εγγεγραμμένα μέσα σε ένα τρίγωνο ABC . Οι διαστάσεις των ορθογωνίων είναι 1×5 και 2×3 , αντίστοιχα, όπως φαίνεται. Ποιο είναι το ύψος του τριγώνου με βάση BC ;



- (A) 3 (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{16}{5}$ (E) none of the previous/κανένα από τα προηγούμενα

20. A rectangle is divided into 11 smaller rectangles, as shown in the diagram. All 11 rectangles are similar to the original large rectangle. The orientation of the smallest rectangles is the same as the largest. The length of the base of the smallest rectangle is 1. What is the perimeter of the large rectangle?

Ένα ορθογώνιο χωρίζεται σε 11 μικρότερα ορθογώνια, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Και τα 11 ορθογώνια είναι παρόμοια με το αρχικό μεγάλο ορθογώνιο. Ο προσανατολισμός των μικρότερων ορθογωνίων είναι ίδιος με το μεγαλύτερο. Το μήκος της βάσης του μικρότερου παραλληλογράμμου είναι 1. Ποια είναι η περίμετρος του μεγάλου ορθογωνίου;



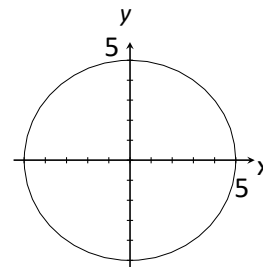
- (A) 20 (B) 24 (C) 27 (D) 30 (E) 36

5 points/5 μονάδες

21. A circle with center $(0, 0)$ has radius 5. At how many points on the perimeter of the circle are both coordinates integers?

Ένας κύκλος με κέντρο $(0, 0)$ έχει ακτίνα 5. Σε πόσα σημεία της περιμέτρου του κύκλου θα είναι και οι δύο συντεταγμένες ακέραιοι;

- (A) 5 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

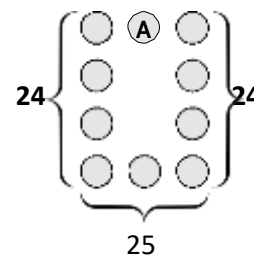


22. How many positive three-digit integers are there that are equal to five times the product of their digits? Πόσοι θετικοί τριψήφιοι αριθμοί υπάρχουν που είναι ίσοι με πέντε φορές το γινόμενο των ψηφίων τους;

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. The numbers 1 to 10 are placed, once each, in the circles of the figure shown. The sum of the numbers in the left column is 24; the sum of the numbers in the right column is also 24 and the sum of the numbers in the bottom row is 25. What number is in the circle containing the letter A?

Οι αριθμοί 1 έως 10 τοποθετούνται, μία φορά ο καθένας, στους κύκλους του σχήματος που φαίνεται. Το άθροισμα των αριθμών στην αριστερή στήλη είναι 24, το άθροισμα των αριθμών στη δεξιά στήλη είναι επίσης 24 και το άθροισμα των αριθμών στην κάτω σειρά είναι 25. Ποιος αριθμός βρίσκεται στον κύκλο που περιέχει το γράμμα A;



- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) none of the previous/κανένα από τα προηγούμενα

24. A square lies in a coordinate system as shown.

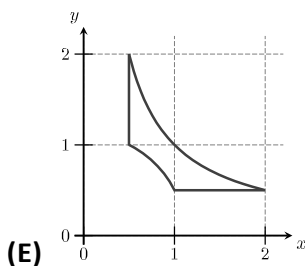
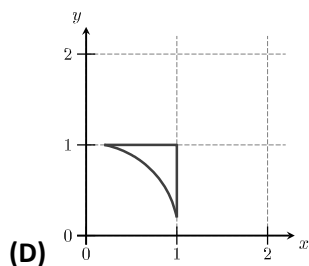
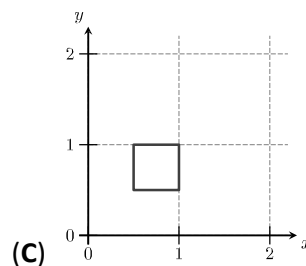
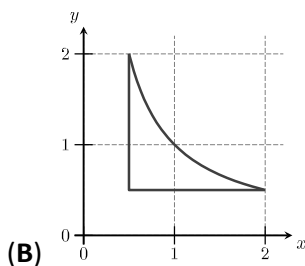
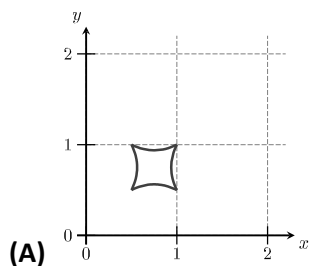
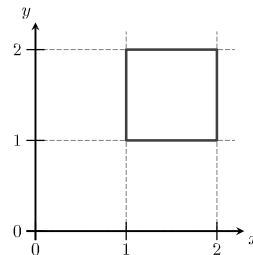
Each point (x, y) on the square is moved to $(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$

What will the resulting figure look like?

Ένα τετράγωνο βρίσκεται σε ένα σύστημα συντεταγμένων όπως φαίνεται.

Κάθε σημείο (x, y) του τετραγώνου μετακινείται στο $(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$

Πώς θα μοιάζει το σχήμα που θα προκύψει;



25. The vertices of a 20-gon are numbered from 1 to 20 in such a way that the numbers of adjacent vertices differ by either 1 or 2. The sides of the 20-gon whose ends differ by only 1 are colored red. How many red sides are there?

Οι κορυφές ενός 20-γωνίου αριθμούνται από το 1 έως το 20 με τέτοιο τρόπο ώστε οι αριθμοί των γειτονικών κορυφών να διαφέρουν είτε κατά 1 είτε κατά 2. Οι πλευρές του 20-γωνίου των οποίων τα άκρα διαφέρουν μόνο κατά 1 έχουν κόκκινο χρώμα. Πόσες κόκκινες πλευρές υπάρχουν;

(A) 1

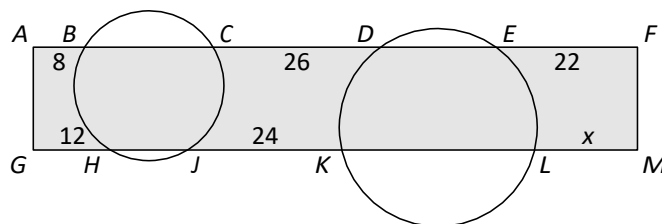
(B) 2

(C) 5

(D) 10

(E) there are multiple possibilities/υπάρχουν πολλές λύσεις

26. Two circles cut a rectangle AFMG, as shown. The line segments outside the circles have length $AB=8$, $CD=26$, $EF=22$, $GH=12$ and $JK=24$. What is the length of LM?



Δύο κύκλοι κόβουν ένα ορθογώνιο AFMG, όπως φαίνεται. Τα ευθύγραμμα τμήματα έξω από τους κύκλους έχουν μήκος $AB=8$, $CD=26$, $EF=22$, $GH=12$ και $JK=24$. Ποιο είναι το μήκος του LM;

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

27. Let N be a positive integer. How many integers are there between $\sqrt{N^2 + N + 1}$ and $\sqrt{9N^2 + N + 1}$?
Έστω N θετικός ακέραιος αριθμός. Πόσοι ακέραιοι αριθμοί υπάρχουν μεταξύ $\sqrt{N^2 + N + 1}$ και $\sqrt{9N^2 + N + 1}$;

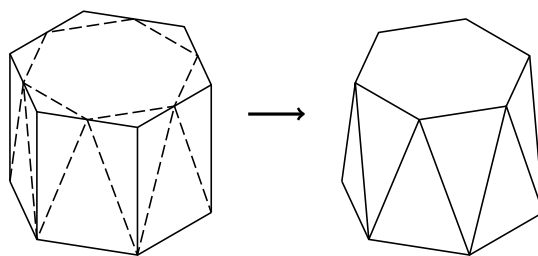
- (A) $N + 1$ (B) $2N - 1$ (C) $2N$ (D) $2N + 1$ (E) $3N$

28. In a sequence, the first term, a_1 is between 0 and 1. For all $n \geq 1$, $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$ and $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$. Given that $a_7 = 2$, what is the value of a_2 ?

Σε μια ακολουθία, ο πρώτος όρος, a_1 είναι μεταξύ 0 και 1. Για όλα τα $n \geq 1$, $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$ και $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$. Δεδομένου ότι το $a_7 = 2$, ποια είναι η τιμή του a_2 ;

- (A) Equal to a_1 / ίσο με a_1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

29. A regular hexagonal prism has its top corners shaved off, as shown. The top face becomes a smaller regular hexagon and the 6 rectangular faces around the middle become 12 isosceles triangles of two different sizes. What fraction of the volume of the original prism has been lost?



Ένα κανονικό εξαγωνικό πρίσμα έχει τις επάνω γωνίες του κομμένες, όπως φαίνεται. Η επάνω έδρα γίνεται ένα μικρότερο κανονικό εξάγωνο και οι 6 ορθογώνιες έδρες γύρω από τη μέση γίνονται 12 ισοσκελή τρίγωνα δύο διαφορετικών μεγεθών. Ποιο κλάσμα του όγκου του αρχικού πρίσματος έχει χαθεί;

- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ (D) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ (E) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

30. A football match between teams from North Berracan and South Berracan is played in a stadium that has a rectangular array of seats for the spectators. There are 11 North Berracan supporters in each row, and 14 South Berracan supporters in each column. This leaves 17 empty seats. What is the smallest possible number of seats in the stadium?

Ένας ποδοσφαιρικός αγώνας μεταξύ ομάδων από το Βόρειο Berracan και το Νότιο Berracan παίζεται σε ένα στάδιο που έχει μια ορθογώνια διάταξη θέσεων για τους θεατές. Υπάρχουν 11 υποστηρικτές του Βόρειου Berracan σε κάθε σειρά και 14 υποστηρικτές του Νότιου Berracan σε κάθε στήλη. Αυτό αφήνει 17 κενές θέσεις. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός θέσεων στο γήπεδο;

- (A) 500 (B) 660 (C) 690 (D) 840 (E) 994