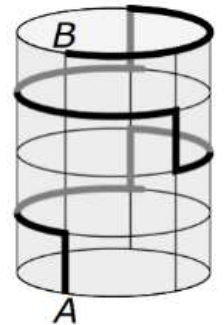


1. What is the value of the below ?  
Ποια είναι η τιμή του παρακάτω;

$$\frac{7777^2}{5555 \times 2222}$$

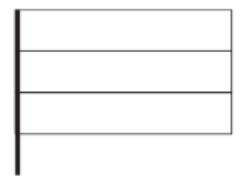
- (A) 1      (B)  $\frac{7}{10}$       (Γ)  $\frac{49}{10}$       (Δ)  $\frac{77}{110}$       (E) 49
2. Giulia rolls five dice. She rolls 19 points in total. What is the maximum number of sixes she could have rolled?  
Η Τζούλια ρίχνει πέντε ζάρια. Κερδίζει 19 πόντους συνολικά. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός εξαριών που θα μπορούσε να φέρει;

- (A) 0      (B) 1      (Γ) 2      (Δ) 3      (E) 4
3. A cylindrical can has height 15 cm and the perimeter of its circular base is 30 cm. An ant walks from point A on the base to point B on the roof. Its path is either vertically upwards or horizontally along circular arcs around the can. Its path is shown with a thicker line (black for the path on the front of the can and grey at the back). What is the length, in cm, of the ant's path?



- Ένα κυλινδρικό κουτί έχει ύψος 15 cm και η περίμετρος της κυκλικής του βάσης είναι 30 cm. Ένα μυρμήγκι περπατά από το σημείο A που βρίσκεται στη βάση στο σημείο B που βρίσκεται στην οροφή. Η διαδρομή του είναι είτε κάθετα προς τα πάνω είτε οριζόντια κατά μήκος των κυκλικών τόξων γύρω από το δοχείο. Η διαδρομή του φαίνεται με πιο χοντρή γραμμή (μαύρη για το μονοπάτι στο μπροστινό μέρος του κουτιού και γκρι στο πίσω μέρος). Ποιο είναι το μήκος, σε cm, της διαδρομής του μυρμηγκιού;

- (A) 45      (B) 55      (Γ) 60      (Δ) 65      (E) 75
4. Emma has four different coloured pens. She wants to colour the three-striped rectangular flag shown in the diagram so that each stripe is a single colour and no two adjacent stripes are the same colour. In how many ways can she do this?  
Η Έμμα έχει τέσσερα διαφορετικά χρώματα στυλό. Θέλει να χρωματίσει τις τρεις ορθογώνιες ρίγες της σημαίας που φαίνεται στο διάγραμμα έτσι ώστε κάθε λωρίδα να είναι μονόχρωμη και όχι δύο παρακείμενες ρίγες να έχουν το ίδιο χρώμα. Με πόσους τρόπους μπορεί να το κάνει αυτό;



- (A) 24      (B) 27      (Γ) 32      (Δ) 36      (E) 64
5. We call a positive integer  $n$  two-prime, if it has exactly three different divisors, namely 1, 2 and  $n$  itself. How many different two-prime integers are there?  
Ονομάζουμε έναν θετικό ακέραιο  $n$  δύο-πρώτο, αν έχει ακριβώς τρεις διαφορετικούς διαιρέτες, δηλαδή 1, 2 και τον εαυτό του  $n$ . Πόσοι διαφορετικοί δύο-πρώτοι ακέραιοι αριθμοί υπάρχουν;

- (A) 0      (B) 1      (Γ) 2      (Δ) 3      (E) 4

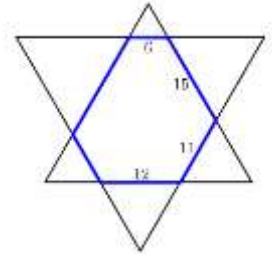
6. How many pairs of positive integers  $x$  and  $y$  satisfy the equation  $x+2y=2^{10}$ ?  
Πόσα ζεύγη θετικών ακεραίων  $x$  και  $y$  ικανοποιούν την εξίσωση  $x+2y=2^{10}$ ;

(A)  $2^9-1$       (B)  $2^9$       (Γ)  $2^9+1$       (Δ)  $2^9+2$       (E) 0

7. Two equilateral triangles are put together to form a hexagon with their opposite sides parallel. We know the length of four sides of this hexagon, as shown in the diagram. What is the perimeter of the hexagon?

Δύο ισόπλευρα τρίγωνα ενώνονται για να σχηματίσουν ένα εξαγώνο με τις απέναντι πλευρές παράλληλες. Γνωρίζουμε το μήκος τεσσάρων πλευρών αυτού του εξαγώνου, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Ποια είναι η περίμετρος του εξαγώνου;

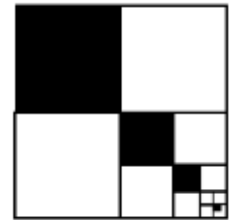
(A) 64      (B) 66      (Γ) 68      (Δ) 70      (E) 72



8. A square with area 84 is divided into four squares. The upper left square is coloured black. The lower right square is again divided into four squares, and so on. The process is repeated an infinite number of times. What is the total area that is coloured black?

Ένα τετράγωνο με εμβαδόν 84 χωρίζεται σε τέσσερα τετράγωνα. Το επάνω αριστερό τετράγωνο είναι μαύρο. Το κάτω δεξιά τετράγωνο χωρίζεται και πάλι σε τέσσερα τετράγωνα κ.ο.κ. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται άπειρες φορές. Ποιο είναι το συνολικό εμβαδόν που είναι χρωματισμένο μαύρο;

(A) 24      (B) 28      (Γ) 31      (Δ) 35      (E) 42



9. Each of the integers from 1 to 9 is to be placed in one of the 9 boxes in the picture so that any three numbers in consecutive boxes add to a multiple of 3. The numbers 7 and 9 have already been placed. In how many different ways can the remaining boxes be filled?

Καθένας από τους ακέραιους από το 1 έως το 9 πρέπει να τοποθετηθεί σε ένα από τα πιο κάτω 9 κουτιά της εικόνας έτσι ώστε οποιοδήποτε τρεις αριθμοί σε διαδοχικά κουτιά όταν προστεθούν, το άθροισμα να είναι πολλαπλάσιο του 3. Οι αριθμοί 7 και 9 έχουν ήδη τοποθετηθεί. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να συμπληρωθούν τα υπόλοιπα κουτάκια;



(A) 9      (B) 12      (Γ) 15      (Δ) 18      (E) 24

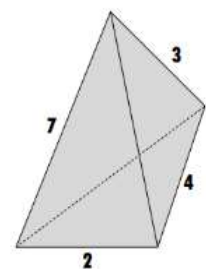
10. What is the units digit of the product  $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$ ?  
Ποιο είναι το ψηφίο των μονάδων του γινομένου  $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$ ;

(A) 1      (B) 2      (Γ) 4      (Δ) 5      (E) 6

11. A triangular pyramid has edges of integer length. Four of these lengths are as shown in the diagram. What is the sum of the lengths of the other two edges?

Μια τριγωνική πυραμίδα έχει ακμές ακέραιου μήκους. Τέσσερα από αυτά τα μήκη είναι όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Ποιο είναι το άθροισμα των μηκών των άλλων δύο ακμών;

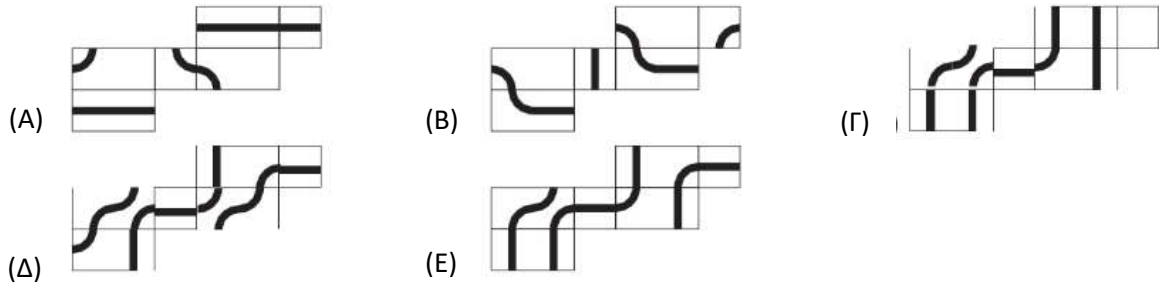
(A) 9      (B) 10      (Γ) 11      (Δ) 12      (E) 13



12. For a positive integer  $n$ ,  $n!$  is defined as the product of all integers from 1 to  $n$ . For example,  $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ . What is the sum of the digits of  $N$  if  $N! = 6! \cdot 7!$ ?  
Για θετικό ακέραιο  $n$ ,  $n!$  ορίζεται ως το γινόμενο όλων των ακεραίων από το 1 έως το  $n$ . Για παράδειγμα,  $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ . Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων του  $N$  αν  $N! = 6! \cdot 7!$ ;
- (A) 1      (B) 2      (Γ) 4      (Δ) 8      (E) 9
13. The graphs of the functions  $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$  all pass through the same point, no matter what value of  $a$  is chosen. What is the sum of the coordinates of that point?  
Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$  διέρχονται όλες από το ίδιο σημείο, ανεξάρτητα από το ποια είναι η τιμή του  $a$  που επιλέγεται. Ποιο είναι το άθροισμα των συντεταγμένων αυτού του σημείου;
- (A) 2      (B) 4      (Γ) 7      (Δ) 8  
(E) none of the previous / καμία από τις προηγούμενες
14. We are given five numbers  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  whose sum is  $S$ .  
For each  $k$ ,  $1 \leq k \leq 5$ , we know that  $a_k = k + S$ . What is the value of  $S$ ?  
Μας δίνονται πέντε αριθμοί  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  των οποίων το άθροισμα είναι  $S$ .  
Για κάθε  $k$ ,  $1 \leq k \leq 5$ , γνωρίζουμε ότι  $a_k = k + S$ . Ποια είναι η τιμή του  $S$ ;
- (A)  $\frac{15}{4}$       (B)  $-\frac{15}{4}$       (Γ) -15      (Δ) 15  
(E) none of the previous / καμία από τις προηγούμενες
15. How many pairs of integers  $m$  and  $n$  satisfy the inequality  $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$ ?  
Πόσα ζεύγη ακεραίων  $m$  και  $n$  ικανοποιούν την ανισότητα  $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$ ;
- (A) 0      (B) 1      (Γ) 2      (Δ) 3      (E) 4
16. There are 23 animals sitting in a row at the cinema. Each animal is either a beaver or a kangaroo. Everyone has at least one neighbour who is a kangaroo. What is the largest possible number of beavers in the row?  
Υπάρχουν 23 ζώα που κάθονται στη σειρά στον κινηματογράφο. Κάθε ζώο είναι είτε κάστορας είτε καγκουρό. Όλοι έχουν τουλάχιστον έναν γείτονα που είναι καγκουρό. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός καστόρων στη σειρά;
- (A) 7      (B) 8      (Γ) 10      (Δ) 11      (E) 12
17. The number  $5^{5^6}$  can be written in the form  $n^n$  for some integer  $n$ . What is the value of  $n$ ?  
Ο αριθμός  $5^{5^6}$  μπορεί να γραφτεί με τη μορφή  $n^n$  για κάποιο ακέραιο  $n$ . Ποια είναι η τιμή του  $n$ ;
- (A)  $5^{30}$       (B)  $5^6$       (Γ)  $5^5$       (Δ) 30      (E) 11

18. Leon has drawn a closed path on a rectangular prism. Which net could show his path?

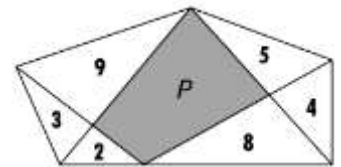
Ο Λεωνίδας έχει σχεδιάσει μια κλειστή διαδρομή σε ένα ορθογώνιο πρίσμα. Ποιο ανάπτυγμα θα μπορούσε να δείξει την πορεία του;



19. A pentagon is dissected into smaller parts, as shown. The numbers inside the triangles indicate their areas. What is the area P of the shaded quadrilateral?

Ένα πεντάγωνο τεμαχίζεται σε μικρότερα μέρη, όπως φαίνεται.

Οι αριθμοί μέσα στα τρίγωνα δείχνουν το εμβαδόν τους. Ποια είναι η περιοχή P του σκιασμένου τετράπλευρου;



- (A) 15                      (B)  $\frac{31}{2}$                       (Γ) 16                      (Δ) 17                      (E) 18

20. How many integers are factors of  $2^{20}3^{23}$  but are not factors of  $2^{10}3^{20}$ ?

Πόσοι ακέραιοι είναι συντελεστές του  $2^{20}3^{23}$  αλλά δεν είναι συντελεστές του  $2^{10}3^{20}$ ;

- (A) 13                      (B) 30                      (Γ) 273                      (Δ) 460  
(E) none of the previous / καμία από τις προηγούμενες

21. Two functions f and g on R satisfy the system of equations  $f(x)+2g(1-x) = x^2$  and  $f(1-x)-g(x) = x^2$ .

What is f ?

Δύο συναρτήσεις f και g στο R ικανοποιούν το σύστημα των εξισώσεων  $f(x)+2g(1-x) = x^2$  and  $f(1-x)-g(x) = x^2$ . Τι είναι το f;

- (A)  $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$                       (B)  $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$                       (Γ)  $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$

- (Δ)  $x^2 - 4x + 5$                       (E) there is no such function / δεν υπάρχει τέτοια συνάρτηση

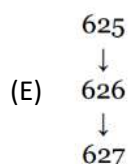
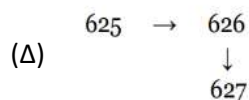
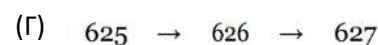
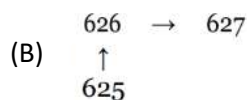
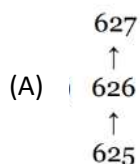
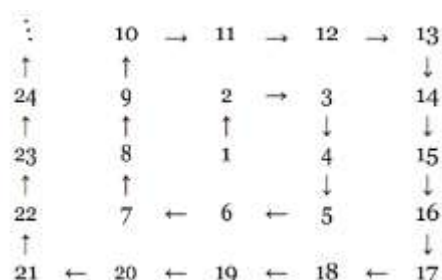
22. In a bouldering competition, 13 climbers compete in three categories. The score of each competitor is the product of their rankings in the three categories. For example, if one is 4th, 3rd and 6th, their final score is  $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$ . The higher your score, the lower your overall ranking. Hannah ranks 1st in two of the categories. What is her lowest possible overall ranking?

Σε έναν αγώνα ορειβασίας διαγωνίζονται 13 ορειβάτες σε τρεις κατηγορίες. Η βαθμολογία κάθε αγωνιζόμενου είναι το προϊόν της κατάταξής τους στις τρεις κατηγορίες. Για παράδειγμα, εάν κάποιος είναι 4ος, 3ος και 6ος, η τελική του βαθμολογία είναι  $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$ . Όσο υψηλότερη είναι η βαθμολογία τους, τόσο χαμηλότερη είναι η συνολική τους κατάταξη. Η Άννα κατατάσσεται 1η σε δύο από τις κατηγορίες. Ποια είναι η χαμηλότερη δυνατή συνολική κατάταξη της;

- (A) 2      (B) 3      (Γ) 4      (Δ) 5      (E) 6

23. A spiral of consecutive numbers is created, as shown, starting with 1. When the pattern of the spiral is continued, in which arrangement will the numbers 625, 626 and 627 appear?

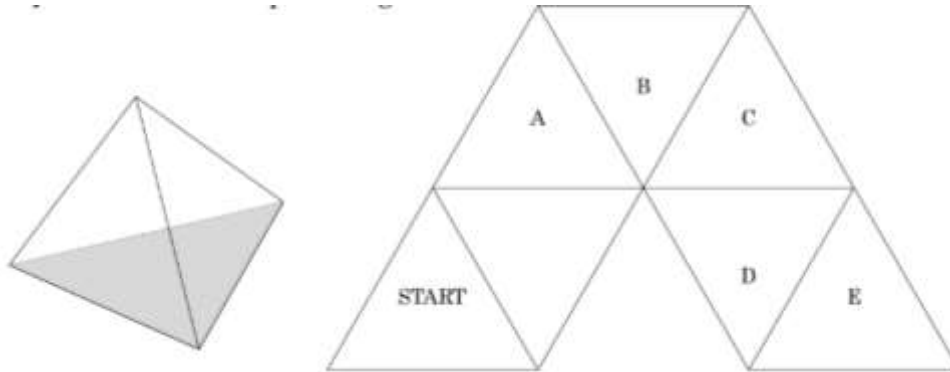
Δημιουργείται μια σπείρα διαδοχικών αριθμών, όπως φαίνεται, ξεκινώντας από το 1. Όταν το μοτίβο της σπείρας συνεχίζεται, σε ποια διάταξη θα εμφανίζονται οι αριθμοί 625, 626 και 627;



24. A block in the shape of a regular tetrahedron has one face shaded. The shaded face of the block is placed on the board on the triangle labelled START. The block is then rolled from one triangle to the next by rotating it about one edge. On which triangle will the block stand for the first time again on its shaded face?

Ένα μπλοκ σε σχήμα κανονικού τετραέδρου έχει μια όψη σκιασμένη.

Η σκιασμένη όψη του μπλοκ τοποθετείται στον πίνακα στο τρίγωνο με την ένδειξη START. Στη συνέχεια, το μπλοκ τυλίγεται από το ένα τρίγωνο στο επόμενο περιστρέφοντάς το γύρω από τη μία ακμή. Σε ποιο τρίγωνο θα σταθεί ξανά το μπλοκ για πρώτη φορά στη σκιασμένη του όψη;



- (A) A      (B) B      (Γ) C      (Δ) D      (E) E

25. Part of the fifth degree polynomial shown cannot be seen because of an inkblot. It is known that all five roots of the polynomial are integers. What is the highest power of  $x - 1$  that divides the polynomial?

Μέρος του πολυωνύμου πέμπτου βαθμού που εμφανίζεται δεν μπορεί να φαίνεται λόγω κηλίδας μελανιού. Είναι γνωστό ότι και οι πέντε ρίζες του πολυωνύμου είναι ακέραιοι. Ποια είναι η υψηλότερη δύναμη του  $x - 1$  που διαιρεί το πολυώνυμο;

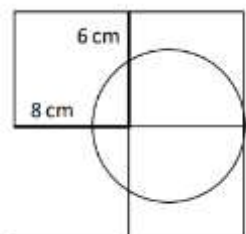
$$x^5 - 11x^4 + \text{[inkblot]} - 7$$

- (A)  $(x - 1)^1$       (B)  $(x - 1)^2$       (Γ)  $(x - 1)^3$       (Δ)  $(x - 1)^4$       (E)  $(x - 1)^5$

26. The large square in the diagram is dissected into four smaller squares. The circle touches the right hand side of the square at its midpoint. What is the side-length of the large square? Note that the diagram is not drawn to scale.

Το μεγάλο τετράγωνο στο διάγραμμα χωρίζεται σε τέσσερα μικρότερα τετράγωνα.

Ο κύκλος αγγίζει τη δεξιά πλευρά του τετραγώνου στο μέσο του. Τι είναι το πλάγιο μήκος του μεγάλου τετραγώνου; Σημειώστε ότι το διάγραμμα δεν είναι σχεδιασμένο σε κλίμακα.



- (A) 18cm      (B) 20cm      (Γ) 24cm      (Δ) 28cm      (E) 30cm

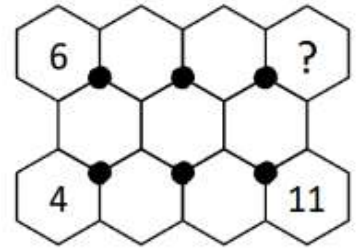
27. What is the greatest common divisor of all numbers of the form  $n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$ , where  $n$  is a non-zero natural number?

Ποιος είναι ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης όλων των αριθμών της μορφής  $n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$ , όπου  $n$  είναι ένας μη μηδενικός φυσικός αριθμός;

- (A)  $2^93^3$       (B)  $2^33^35^3$       (Γ)  $2^63^35^3$       (Δ)  $2^83^25^3$       (E)  $2^93^35^3$

28. The numbers from 1 to 11 are to be placed in the hexagons so that the sum of the three numbers around each of the six black dots is the same. Three of the numbers have already been placed. What number will be placed in the hexagon with a question mark?

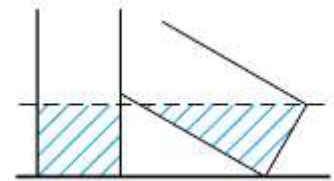
Οι αριθμοί από το 1 έως το 11 πρέπει να τοποθετηθούν στα εξάγωνα έτσι ώστε το άθροισμα των τριών αριθμών γύρω από καθεμία από τις έξι μαύρες κουκκίδες να είναι το ίδιο. Τρεις από τους αριθμούς έχουν ήδη τοποθετηθεί. Ποιος αριθμός θα τοποθετηθεί στο εξάγωνο με το σύμβολο «?»;



- (A) 1      (B) 3      (Γ) 5      (Δ) 7      (E) 9

29. Two identical cylindrical water tanks contain the same amount of water. One cylinder is standing upright, and the other is leaning against it, and the water level in each of them is the same as in the picture. The bottom of each of the cylinders is a circle with area  $3\pi \text{ m}^2$ . How much water does each tank contain?

Δύο ίδιες κυλινδρικές δεξαμενές νερού περιέχουν την ίδια ποσότητα νερού. Ο ένας κύλινδρος στέκεται όρθιος και ο άλλος ακουμπάει πάνω του, και η στάθμη του νερού σε καθένα από αυτά είναι η ίδια όπως στην εικόνα. Ο πυθμένας καθενός από τους κυλίνδρους είναι ένας κύκλος με εμβαδόν  $3\pi \text{ m}^2$ . Πόση ποσότητα νερού περιέχει κάθε δεξαμενή;



- (A)  $3\sqrt{3}\pi \text{ m}^3$       (B)  $6\pi \text{ m}^3$       (Γ)  $9\pi \text{ m}^3$       (Δ)  $\frac{3\pi}{4} \text{ m}^3$

(E) its impossible to determine/είναι αδύνατο να υπολογιστεί

30. The product of six consecutive numbers is a 12-digit number of the form  
abb cdd cdd abb,

where the digits  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$  are themselves four consecutive numbers in some order.

What is the value of the digit  $d$ ?

Το γινόμενο έξι διαδοχικών αριθμών είναι ένας 12ψήφιος αριθμός της μορφής  
abb cdd cdd abb,

όπου τα ψηφία  $a$ ,  $b$ ,  $c$  και  $d$  είναι και τα ίδια τέσσερις διαδοχικοί αριθμοί με κάποια σειρά.

Ποια είναι η τιμή του ψηφίου  $d$ ;

- (A) 1      (B) 2      (Γ) 3      (Δ) 4      (E) 5